

Physik III - Anfängerpraktikum- Versuch 202

Sebastian Rollke (103095) und Daniel Brenner (105292)

14. Februar 2005

Inhaltsverzeichnis

| | | |
|----------|---|----------|
| 1 | Einleitung und Zielsetzung | 2 |
| 2 | Theorie | 2 |
| 2.1 | Das ideale Gas | 2 |
| 2.2 | Die Molwärmen C_P und C_V | 2 |
| 2.3 | Die innere Energie U eines idealen einatomigen Gases | 3 |
| 2.4 | Die innere Energie eines idealen mehratomigen Gases | 3 |
| 2.5 | κ bei Molekülen unterschiedlicher Gestalt | 4 |
| 2.5.1 | Einatomige Moleküle (Atome) | 4 |
| 2.5.2 | Zweiatomige Moleküle | 4 |
| 2.5.3 | Dreiatomige Moleküle | 4 |
| 2.5.4 | Mehratomige nicht-starre Moleküle | 4 |
| 2.6 | κ unter Berücksichtigung quantenmechanischer Aspekte | 5 |
| 3 | Durchführung | 5 |
| 3.1 | Die Schallgeschwindigkeit in Gasen | 5 |
| 3.2 | Versuchsaufbau und Durchführung | 6 |
| 4 | Auswertung | 7 |
| 4.1 | Allgemeines zur Fehlerrechnung | 7 |
| 4.2 | Allgemeines zur Messung der Größe κ | 8 |
| 4.3 | κ für Luft | 8 |
| 4.4 | κ für Argon | 9 |
| 4.5 | κ für Kohlendioxid | 9 |
| 4.6 | Berücksichtigung der Energiequantelung | 10 |
| 4.7 | Fehlerdiskussion | 10 |

1 Einleitung und Zielsetzung

Im folgenden Versuch bestimmen wir das Verhältnis $\kappa := \frac{C_P}{C_V}$ der molaren Wärmekapazitäten bei konstantem Druck bzw. konstantem Volumen an verschiedenen (als ideal angenommenen) Gasen. Durch die Größe κ lassen sich wiederum Rückschlüsse auf die Struktur der Moleküle ziehen. Da C_P und C_V nicht einfach experimentell zugänglich sind, bestimmen wir lediglich das Verhältnis der beiden über eine Schallgeschwindigkeitsmessung in dem entsprechenden Gas mittels Ultraschall. Im folgenden beziehen wir uns sofern nicht anders angegeben in sämtlichen Gleichungen jeweils auf ein Mol eines Gases.

2 Theorie

2.1 Das ideale Gas

Wir gehen im folgenden immer von einem idealen Gas aus. Dieses wird charakterisiert durch die folgenden Eigenschaften

- Die Gasmoleküle haben ein kleines Volumen verglichen mit dem Behälter.
- Die Gasmoleküle stoßen nur elastisch mit anderen Teilchen bzw. der Wand des Behälters.
- Die Gasmoleküle üben untereinander keine Kräfte aus.

2.2 Die Molwärmern C_P und C_V

Generell definieren wir die molare Wärmekapazität oder Molwärme als

$$C := \frac{dQ}{dT} \quad (1)$$

mit der Wärmeänderung dQ und der Temperaturänderung dT .

Wie bereits oben beschriebenen unterscheiden wir zwischen verschiedenen molaren Wärmekapazitäten für konstanten Druck (C_P) und konstantes Volumen (C_V). C_P ist dabei durchweg der größere Wert, da Energie sowohl zum Erwärmen des Gases, als auch zum Vergrößern des Volumens benötigt wird.

Wir definieren zudem

$$\kappa := \frac{C_P}{C_V} \quad (2)$$

als Verhältnis der beiden Größen.

Aus dem ersten Hauptsatz der Wärmelehre (mit der inneren Energie U , der aufgenommenen Arbeit A und der Wärme Q)

$$dU = dA + dQ \quad (3)$$

sowie der allgemeinen Gasgleichung (mit dem Druck p , dem Volumen V , der allgemeinen Gaskonstante R sowie der Temperatur T)

$$pV = RT \quad (4)$$

erhält man den Zusammenhang

$$C_P - C_V = R \quad (5)$$

und daraus

$$\kappa := \frac{C_P}{C_V} = \frac{C_V + R}{C_V} \quad (6)$$

2.3 Die innere Energie U eines idealen einatomigen Gases

Aufgrund der Eigenschaften eines idealen Gases besteht die innere Energie U lediglich aus kinetischer Energie. Wir betrachten dabei lediglich das mittlere Geschwindigkeitsquadrat \bar{v}^2 , da die exakte Verteilung der einzelnen Geschwindigkeiten uninteressant für unsere weiteren Betrachtungen sind. Somit folgt:

$$U = \frac{1}{2} m N_L \bar{v}^2 \quad . \quad (7)$$

Mit N_L der Loschmidt Zahl oder Avogadro Konstante.

Durch die Betrachtung der Stöße der Moleküle mit der Gefäßwand und dem einbeziehen der allgemeinen Gasgleichung erhalten wir den Zusammenhang

$$U = \frac{1}{2} m N_L \bar{v}^2 = \frac{3}{2} RT \quad . \quad (8)$$

Daraus ergibt sich auch der Zusammenhang

$$C_V = \left(\frac{dU}{dT} \right)_V = \frac{3}{2} R \quad . \quad (9)$$

Die mittlere kinetische Energie eines (punktförmigen) Moleküls ergibt somit sich zu

$$\overline{E_{kin}} = \frac{1}{2} m \bar{v}^2 = \frac{3}{2} kT \quad . \quad (10)$$

Hierbei ist k die Boltzmann Konstante ($k = R/N_L$).

Unter der Überlegung, daß die Geschwindigkeit sich gleichmäßig auf alle Raumwinkel aufteilt ergibt sich der Zusammenhang

$$\frac{1}{2} m \bar{v}_x^2 = \frac{1}{2} m \bar{v}_y^2 = \frac{1}{2} m \bar{v}_z^2 = \frac{1}{2} kT \quad (11)$$

Somit besitzt das Molekül pro Translationsfreiheitsgrad gerade $\frac{1}{2} kT$ an kinetischer Energie.

2.4 Die innere Energie eines idealen mehratomigen Gases

Mehratomige Gase unterscheiden sich in der Anzahl der Freiheitsgrade von einem einatomigen. So kommen noch zusätzliche Freiheitsgrade der Rotation sowie der Oszillation hinzu. Bei den Oszillationsfreiheitsgraden, muß jedoch beachtet werden, daß bei Oszillation neben kinetischer auch potentielle Energie auftritt. Somit kann pro Oszillationsfreiheitsgrad die Energie kT aufgenommen werden (weiteres s.u.).

Aus den weiter oben gezeigten Bedingungen ergibt sich dann für beliebige ideale Gase das sog. Äquipartitionsgesetz. Hierbei hat ein Molekül mit f (Translations- bzw. Rotations-) Freiheitsgraden die mittlere kinetische Energie

$$\bar{E} = f \frac{1}{2} kT \quad . \quad (12)$$

Daraus ergibt sich, daß die innere Energie für ein Mol eines idealen Gases gerade

$$U = f \frac{1}{2} RT \quad (13)$$

ist.

2.5 κ bei Molekülen unterschiedlicher Gestalt

Aus den bereits gezeigten Beziehungen folgt

$$C_V = \frac{f}{2}R \Rightarrow \kappa = \frac{C_V + R}{C_V} = \frac{f + 2}{f} \quad (14)$$

Da die Anzahl der Freiheitsgrade durch die Gestalt des Moleküls bestimmt wird, bestimmen wir nun κ allgemein, für den Fall ein-, zwei-, sowie dreiatomiger (starrer) Moleküle und für den allgemeinen Fall des nicht-starren mehratomigen Moleküls.

2.5.1 Einatomige Moleküle (Atome)

Kann man ein Atom als punktförmig im Vergleich zu seiner mittleren freien Weglänge auffassen, besitzt es lediglich 3 Freiheitsgrade. Daraus folgt:

$$C_V = \frac{3}{2}R \Rightarrow \kappa = \frac{5}{3} \quad (15)$$

2.5.2 Zweiatomige Moleküle

Zweiatomige Moleküle haben die Gestalt einer Strecke und besitzen neben den drei Translationsfreiheitsgraden weitere 2 Rotationsfreiheitsgrade durch die 2 Rotationsachsen. Daraus folgt:

$$C_V = \frac{5}{2}R \Rightarrow \kappa = \frac{7}{5} \quad (16)$$

2.5.3 Dreiatomige Moleküle

Liegen alle Atome eines dreiatomigen Moleküls auf einer Strecke, verhalten sie sich genauso wie ein Zweiatomiges. Normalerweise jedoch stellt es eine gewinkelte Strecke dar, so daß Rotationen um drei Achsen auftreten können.

$$C_V = 3R \Rightarrow \kappa = \frac{4}{3} \quad (17)$$

2.5.4 Mehratomige nicht-starre Moleküle

Bei mehratomigen Molekülen können die einzelnen Atome oszillieren. Die mittlere Energie eines Moleküls pro oszillatorischen Freiheitsgrad beträgt $\tilde{E} = kT$, da die Gesamtenergie zu gleichen Teilen aus kinetischer sowie potentieller Energie besteht.

Jedes Atom eines Moleküls kann dabei in drei Raumrichtungen schwingen. Um die Anzahl der Oszillationsfreiheitsgrade zu errechnen, muß von der Gesamtzahl der Freiheitsgrade ($3n$), die Anzahl der Translations- und Rotationsfreiheitsgrade, subtrahiert werden.. Für die Anzahl der oszillatorischen Freiheitsgrade ergibt sich dann für ein mehratomiges Molekül ($n > 2$)

$$f_{osc} = 3n - 6 \quad (18)$$

Liegen alle Atome auf einer Geraden, besitzt das Molekül nur zwei Rotationsfreiheitsgrade. Daraus folgt dann:

$$f_{osc} = 3n - 5 \quad (19)$$

Für die Molwärme bei konstanten Volumen ergibt sich unter Berücksichtigung oszillierender Atome (bei Molekülen $n > 1$)

$$C_V = \left(\frac{f_{tr,rot}}{2} + f_{osc} \right) R \quad (20)$$

2.6 κ unter Berücksichtigung quantenmechanischer Aspekte

Die oben gezeigte allgemeine Abhängigkeit der Molwärme C_V von den Freiheitsgraden ist nur bei hinreichend hohen Temperaturen gültig. Allgemein müssen quantenmechanische Methoden zur Bestimmung von C_V und damit κ herangezogen werden.

Damit ein Molekül Translationen, Rotationen oder Oszillationen ausführen kann, muß es Energiequanten ΔE aufnehmen. Die Energiequanten für Translation und Rotation sind auch bei relativ geringen Temperaturen klein gegen $\frac{1}{2}kT$. Anders ist es bei den Energiequanten für Oszillationen. Für sie gilt

$$\Delta E_{osc} = zh\nu \quad (z = 1, 2, 3, \dots) \quad . \quad (21)$$

Hierbei ist h das Plancksche Wirkungsquantum und ν die Schwingungsfrequenz.

Liegt nun ΔE_{osc} im Bereich der Energie kT , der mittleren Energie pro Schwingungsfreiheitsgrad, besitzt ein Teil der Moleküle im Gas aufgrund der Geschwindigkeitsverteilung eine Energie $E < \Delta E_{osc}$. Somit können diese Moleküle nicht oszillieren. Je weiter die Temperatur sinkt, desto weniger Moleküle haben genügend Energie, damit ihre Atome schwingen können. Wenn die Gasmoleküle nicht mehr oszillieren, sinkt ihre innere Energie und damit die Molwärme.

Um κ angeben zu können, muß man die Molwärme in Abhängigkeit von der Temperatur ermitteln. Aus Gleichung (21) ergibt sich dann:

$$\tilde{E}_{osc} = \frac{h\nu}{\exp(h\nu/kT) - 1} \quad (22)$$

Nach Differentiation von (22) nach der Temperatur ergibt sich $C_{v,osc}$, daß in Gleichung (6) eingesetzt wird. κ unter Berücksichtigung der Energiequantelung bei Molekülooszillationen ergibt sich dann zu

$$\kappa_n = \frac{4 + R \sum_{i=1}^{3n-6} \left(\frac{h\nu_i}{kT}\right)^2 \frac{\exp(h\nu_i/kT)}{(\exp(h\nu_i/kT)-1)^2}}{3 + R \sum_{i=1}^{3n-6} \left(\frac{h\nu_i}{kT}\right)^2 \frac{\exp(h\nu_i/kT)}{(\exp(h\nu_i/kT)-1)^2}} \quad (23)$$

bzw.

$$\kappa_n = \frac{\frac{7}{2} + R \sum_{i=1}^{3n-5} \left(\frac{h\nu_i}{kT}\right)^2 \frac{\exp(h\nu_i/kT)}{(\exp(h\nu_i/kT)-1)^2}}{\frac{5}{2} + R \sum_{i=1}^{3n-5} \left(\frac{h\nu_i}{kT}\right)^2 \frac{\exp(h\nu_i/kT)}{(\exp(h\nu_i/kT)-1)^2}} \quad (24)$$

für Moleküle deren Atome auf einer Geraden liegen.

Kennt man nun κ , lassen sich Rückschlüsse auf die Molekülstruktur ziehen. Außerdem kann man prüfen, ob mehratomige Moleküle starr sind oder schwingen.

3 Durchführung

3.1 Die Schallgeschwindigkeit in Gasen

Wie bereits angesprochen läßt sich κ gut über die Schallgeschwindigkeit in Gasen bestimmen. Dies soll nun gezeigt werden.

Schallwellen sind longitudinale Schwingungen, die sich als Druckschwankungen in einem Medium fortpflanzen. Für die Bewegung von Schallwellen in Gasen lässt sich die Wellengleichung aufstellen. Sie lautet

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \frac{\eta}{\varrho} \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} \quad . \quad (25)$$

Mit ξ der Verschiebung eines Volumenelementes durch die Druckschwankungen. Nach der allgemeinen Wellengleichung steht die Konstante $\frac{\eta}{\varrho}$ für das Quadrat der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Welle. Es ist also

$$c^2 = \frac{\eta}{\varrho} \quad , \quad (26)$$

mit η , dem adiabatischen (es wird angenommen, daß kein Wärmeaustausch mit der Umgebung stattfindet) Kompressionsmodul und ϱ , der Dichte des Gases. Mit Hilfe der Poissonschen Gleichung

$$pV^\kappa = \text{const.} \quad (27)$$

ergibt sich

$$\eta = \kappa p = \kappa \frac{RT}{V} = \kappa \frac{\varrho RT}{M} \quad . \quad (28)$$

Mit der Molekülmasse M .

Setzt man dies nun in Gleichung (26) ein und berücksichtigt, dass $c = \lambda \cdot \nu$ ist, bekommt man für κ

$$\kappa = \frac{M\lambda^2\nu^2}{RT} \quad . \quad (29)$$

Hierbei ist λ die Wellenlänge der Schallwelle und ν ihre Frequenz.

κ hängt somit nur noch von experimentell gut zu bestimmenden Größen ab.

3.2 Versuchsaufbau und Durchführung

Um κ zu bestimmen ist es nun nur noch notwendig die Wellenlänge und Frequenz von Schall in dem zu untersuchenden Gas zu bestimmen. Dazu verwenden wir die in Abbildung 1 dargestellte Apparatur.

In einer mit einem Gas gefüllten Kammer (wir verwenden abwechselnd Luft, Argon und Kohlendioxid) befinden sich zwei Piezokristalle. Diese Kristalle besitzen die Eigenschaft, daß sie bei einer periodischen Spannung zum Schwingen angeregt werden. Dieser Vorgang funktioniert auch umgekehrt, so daß ein Kristall, auf den eine Kraft ausgeübt wird, eine Spannung erzeugt.

Dies wird nun zur Schallgeschwindigkeitsmessung genutzt. Ein Kristall (der Empfänger) ist am Ende der Kammer befestigt und mit den Y-Ablenkplatten eines Oszillographen verbunden. Ein weiterer Kristall (der Sender) befindet sich auf einem fahrbaren Schlitten, so daß sich seine Distanz zum Empfänger über eine Mikrometerschraube regulieren läßt. Er wird nun über einen Frequenzgenerator mit einer Wechselspannungen mit 38,80 kHz (der Resonanzfrequenz der Kristalle) dazu angeregt Schallwellen auszusenden. Der Frequenzgenerator ist zusätzlich über seinen Referenzausgang mit der X-Ablenkung des Oszillographen verbunden.

Nun kann man generell am Oszillographen Lissajous-Figuren beobachten. Variiert man die Distanz zwischen Empfänger und Sender stellt man fest, das bei bestimmten Entfernungen die Lissajous-Figuren zu einer Geraden ausartet. Variiert man weiter den Abstand zwischen den

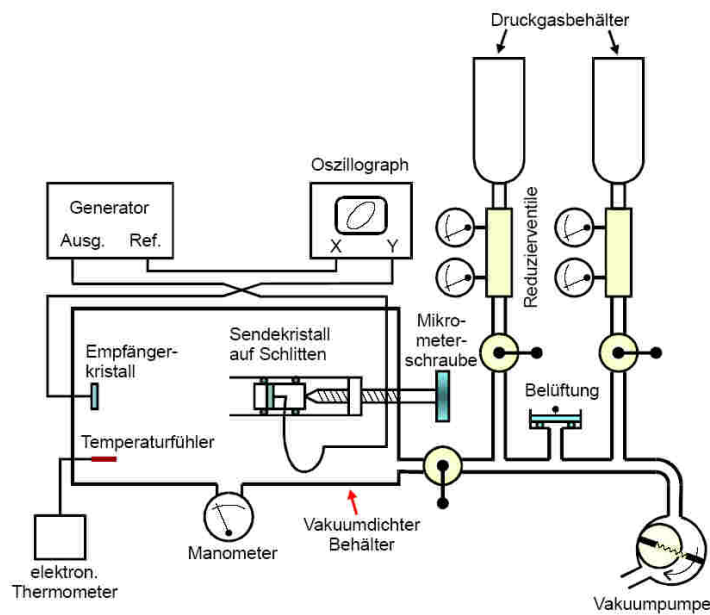


Abbildung 1: Abb.1: Versuchsaufbau

beiden Kristallen ergibt sich wieder eine Lissajou Figur die irgendwann wieder zu einer Geraden entartet. Der Abstand zwischen den Schlittenpositionen entspricht dann genau $\lambda/2$. Somit beträgt die Phasenverschiebung 180° .

Um die Messgenauigkeit zu erhöhen, verwenden wir die gesamte Länge der Mikrometerschraube, zählen die auftretenden Geraden und notieren jeweils die Position des Schlittens bei der ersten und letzten Gerade.

4 Auswertung

4.1 Allgemeines zur Fehlerrechnung

Wir nutzen zur Berechnung der Fehler die folgenden Formeln:

Für den Mittelwert gilt:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i$$

Für den absoluten Fehler des Mittelwertes gilt:

$$s_{\bar{x}} = \frac{1}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

Für den relativen Fehler gilt:

$$s_{\bar{x},rel} = \frac{s_{\bar{x}}}{\bar{x}}$$

4.2 Allgemeines zur Messung der Größe κ

Die Resonanzfrequenz des piezoelektrischen Kristalls beträgt $(38,80 \pm 0,004)$ kHz. Die Temperatur ist jeweils mit einem Ablesefehler von $\pm 0,1^\circ\text{C}$ bzw. $\pm 0,1\text{K}$ behaftet. Die Druckangabe des Barometers ist mit einem Ablesefehler von $\pm 0,2\%$ behaftet. Die allgemeine Gaskonstante ist gegeben durch den Literaturwert $8,314472 \frac{\text{J}}{\text{molK}}$

Zur Berechnung von λ , c und κ nutzt man die Gleichungen:

$$\lambda = \frac{2 \cdot (\text{Position1} - \text{Position2})}{n} \quad (30)$$

$$c = \lambda \cdot \nu \quad (31)$$

$$\kappa = \frac{c^2 \cdot M}{R \cdot T} \quad (32)$$

wobei n die Anzahl der Phasenverschiebungen der Lissajous-Figur um 180° , ν die Resonanzfrequenz des Sendekristalls, M das Molekulargewicht ist und R die allgemeine Gaskonstante.

Der Fehler von κ kann vereinfacht werden, da es sich bei der Berechnung um reine Multiplikation handelt zu:

$$s_\kappa = \sqrt{4 \cdot s_{c,rel.}^2 + s_{T,rel.}^2} \quad (33)$$

4.3 κ für Luft

Nimmt man an, daß die Gasmoleküle starr sind, so erhält man über Gleichung (16), unter der Berücksichtigung, das es 5 Freiheitsgrade gibt (3 Translationen, 2 Rotationen), für κ den Wert 1,4. Betrachtet man die Moleküle nicht als starr, so ergibt sich über die Gleichung

$$\kappa_{theo.} = \frac{C_\nu + R}{C_\nu} \quad (34)$$

mit $C_\nu = (6 - 5/2)R$, ein Wert von $\approx 1,286$.

Für Luft benötigen wir das Molekulargewicht von $0,02897 \text{ kg/mol}$. Außerdem wurden konstant 8 Phasenverschiebungen der Lissajous-Figur um 180° gemessen.

| | T [$^\circ\text{C}$] | T [K] | Position1 [mm] | Position2 [mm] | P [mbar] | λ [mm] | c [m/s] |
|--------------|------------------------|--------|----------------|----------------|----------|----------------|-----------|
| | 21,3 | 294,45 | 38,82 | 3,42 | 1016 | 8,85 | 343,38 |
| | 21,3 | 294,45 | 38,81 | 3,41 | 1016 | 8,85 | 343,38 |
| | 21,3 | 294,45 | 38,82 | 3,41 | 1016 | 8,85 | 343,48 |
| | 21,4 | 294,55 | 38,81 | 3,42 | 1016 | 8,85 | 343,28 |
| | 21,5 | 294,65 | 38,80 | 3,40 | 1016 | 8,85 | 343,38 |
| Mittelwert: | 21,36 | 294,51 | | | 1016 | 8,85 | 343,38 |
| abs. Fehler: | 0,04 | 0,04 | | | 0 | 0,001 | 0,03 |
| rel. Fehler: | 0,19% | 0,01% | | | 0% | 0,01% | 0,01% |

Tabelle 1: Messung für Luft

Aus den gemessenen Werten ergibt sich schließlich $\kappa = (1,395 \pm 0,0003)$.

Da der experimentell ermittelte Wert vom theoretischen Wert für starre Moleküle nur um etwa 0,4% abweicht, aber vom Wert für nicht starre Moleküle aber um etwa 8,5% abweicht, kann man davon ausgehen das die Moleküle der Luft (hauptsächlich N_2 und O_2) bei Zimmertemperatur als starr bezeichnet werden können.

4.4 κ für Argon

Da Argon ein einatomiges Gas ist, besitzen seine Moleküle nur die drei Freiheitsgrade der Translation. Daher liegt der theoretische Wert nach (15) bei $\kappa = 1,667$.

Für die Bestimmung von κ für Argon benötigen wir das Molekulargewicht von 0,03994 kg/mol. Außerdem wurden konstant 9 Phasenverschiebungen der Lissajous-Figur um 180° gemessen.

| | T [°C] | T [K] | Position1 [mm] | Postition2 [mm] | P [mbar] | λ [mm] | c [m/s] |
|--------------|--------|--------|----------------|-----------------|----------|----------------|---------|
| | 23,1 | 296,25 | 37,36 | 0,21 | 1012 | 8,26 | 320,32 |
| | 23,0 | 296,15 | 37,36 | 0,19 | 1013 | 8,26 | 320,49 |
| | 23,0 | 296,15 | 37,32 | 0,18 | 1013 | 8,25 | 320,23 |
| | 23,0 | 296,15 | 37,33 | 0,18 | 1013 | 8,26 | 320,32 |
| | 22,9 | 296,05 | 37,31 | 0,18 | 1013 | 8,25 | 320,14 |
| Mittelwert: | 23,0 | 296,15 | | | 1012,8 | 8,26 | 320,30 |
| abs. Fehler: | 0,03 | 0,03 | | | 0,20 | 0,001 | 0,057 |
| rel. Fehler: | 0,01% | 0,02% | | | 0,04% | 0,04% | 0,04% |

Tabelle 2: Messung für Argon

Aus den gemessenen Werten ergibt sich schließlich $\kappa = (1,664 \pm 0,001)$.

Der experimentell ermittelte Wert für κ weicht hier nur um 0,2% ab.

4.5 κ für Kohlendioxid

Das Molekulargewicht M von CO_2 beträgt 0,04401 kg/mol. Es wurden konstant 10 Phasenverschiebungen der Lissajous-Figur um 180° gemessen.

| | T [°C] | T [K] | Position1 [mm] | Postition2 [mm] | P [mbar] | λ [mm] | c [m/s] |
|--------------|--------|--------|----------------|-----------------|----------|----------------|---------|
| | 23,3 | 296,45 | 36,67 | 1,74 | 1013 | 6,99 | 271,06 |
| | 23,2 | 296,35 | 36,65 | 1,74 | 1013 | 6,98 | 270,90 |
| | 23,1 | 296,25 | 36,64 | 1,73 | 1014 | 6,98 | 270,90 |
| | 23,2 | 296,35 | 36,65 | 1,72 | 1014 | 6,99 | 271,06 |
| | 23,2 | 296,35 | 36,65 | 1,73 | 1014 | 6,98 | 270,98 |
| Mittelwert: | 23,2 | 296,35 | | | 1013,6 | 6,98 | 270,98 |
| abs. Fehler: | 0,03 | 0,03 | | | 0,25 | 0,001 | 0,04 |
| rel. Fehler: | 0,14% | 0,01% | | | 0,02% | 0,01% | 0,01% |

Tabelle 3: Messung für CO_2

Aus den gemessenen Werten ergibt sich schließlich $\kappa = (1,312 \pm 0,0004)$.

Kohlendioxid stellt nun ein dreiatomiges Gas dar. Wir erhalten nach (17) einen Wert von $\kappa = 1,33$ für gewinkelte, starre Moleküle. Somit müßte es sich der klassischen Theorie nach um ein gewinkeltes, starres Molekül handeln.

Jedoch handelt es sich bei Kohlendioxid (bei Zimmertemperatur) tatsächlich um ein gestrecktes Molekül. Somit werden hierbei schon die Grenzen der klassischen Theorie überschritten und quantenmechanische Effekte müssen Berücksichtigung finden.

4.6 Berücksichtigung der Energiequantelung

Berücksichtigen wir die Energiequantelung der Moleküloszillationen, so gilt hier jeweils für gestreckte Moleküle:

$$\kappa = \frac{\frac{7}{2} + \sum_{i=1}^4 \left(\frac{h\nu_i}{kT}\right)^2 \frac{\exp\left(\frac{h\nu_i}{kT}\right)}{\left(\exp\left(\frac{h\nu_i}{kT}\right) - 1\right)^2}}{\frac{5}{2} + \sum_{i=1}^4 \left(\frac{h\nu_i}{kT}\right)^2 \frac{\exp\left(\frac{h\nu_i}{kT}\right)}{\left(\exp\left(\frac{h\nu_i}{kT}\right) - 1\right)^2}} \quad (35)$$

Mit den Werten für CO_2 von $\nu_1 = \nu_2 = 19,9\text{THz}$, $\nu_3 = 40\text{THz}$, $\nu_4 = 70\text{THz}$, einer Temperatur von $T = 296,35\text{K}$, der Boltzmann Konstante $k = 1,38066 \cdot 10^{-23} \text{J/K}$ sowie dem Planck'schen Wirkungsquantum $h = 6,62606876 \text{J}$ erhält man schließlich einen theoretischen Wert

$$\kappa = 0,449 + 0,449 + 0,065 + 0,001 = 1,289 \quad .$$

Man erkennt eine gute Übereinstimmung mit dem experimentell ermittelten Wert.

Für N_2O mit den Werten $\nu_1 = \nu_2 = 17,7\text{THz}$, $\nu_3 = 38,55\text{THz}$, $\nu_4 = 66,7\text{THz}$ und gleicher Temperatur (und den bereits verwendeten Naturkonstanten) erhält man den Wert

$$\kappa = 0,526 + 0,526 + 0,085 + 0,003 = 1,275 \quad .$$

4.7 Fehlerdiskussion

Folgende Fehler könnten die Messergebnisse verfälscht haben:

- Die Messungen wurden nicht bei konstanter Temperatur durchgeführt.
- Anzeigefehler des Thermometers
- Die Wellenlänge läßt sich mittels des Oszilloskops nicht exakt ermitteln (Ablesefehler).
- Der Sinusgenerator lieferte keine konstante Frequenz