

Physik III - Anfängerpraktikum- Versuch 605

Sebastian Rollke (103095) und Daniel Brenner (105292)

21. September 2005

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	2
1.1	Zielsetzung	2
2	Theoretische Betrachtung	3
2.1	Feld auf der Achse eines stromdurchflossenen Kreisringes	4
2.2	Feld auf der Achse einer Helmholtz-Spule	5
2.3	Feld auf der Achse einer Zylinderspule	5
2.4	Ausmessung von Magnetfeldern nach dem Induktionsgesetz	6
2.5	Beschreibung des Ferromagnetismus	7
2.6	Elektromagnet mit Luftspalt	8
3	Experimentelles Vorgehen	10
3.1	Messung der Flussdichte nach der Induktionsmethode	10
3.2	Aufnahme einer Hysterese-Kurve	11
3.3	Messung der Permeabilität	11
4	Auswertung	13
4.1	Allgemeines zur Fehlerrechnung	13
4.2	Messung der Flussdichte nach der Induktionsmethode	13
4.2.1	Die Flussdichte einer Ringspule	13
4.2.2	Die Flussdichte einer Helmholtz-Spule	15
4.3	Aufnahme einer Hysterese-Kurve	16
4.4	Messung der Permeabilität	18

Kapitel 1

Einleitung

Nach der Maxwellschen Gleichung

$$\operatorname{rot}\vec{H} = \vec{j} + \dot{\vec{\vartheta}} \quad (1.1)$$

(H = magnetische Feldstärke, j = Stromdichte, ϑ = Verschiebestromdichte

folgt, dass jeder elektrische Strom ein Magnetfeld erzeugt, charakterisiert durch die Stromstärke I und die räumliche Anordnung des Leiters. Hier wird zunächst die Funktion $\vec{H}(\vec{r})$, also die Gestalt des Magnetfeldes für allgemeine Leiter und im speziellen für einige Spulen berechnet. Hierbei zeigt sich ebenso, dass im experimentellen Bereich mit einfachen Spulen nur sehr geringe Flussdichten B erzeugt werden, welche meist weit unter einem Tesla liegen. Untersucht werden soll daher die Erscheinung des Ferromagnetismus, bei welchem die Flussdichten problemlos um den Faktor 1000 gesteigert werden können.

1.1 Zielsetzung

Ziel des Versuches ist es, die Flussdichte in Spulen mit und ohne Ferromagnetikum zu messen und den Zusammenhang zwischen Flussdichte und Feldstärke in der sogenannten Magnetisierungskurve aufzuzeigen. Zum Schluss wird noch untersucht, wie weit die hohen Flussdichten aus dem Inneren eines Ferromagneten sich im Vakuum ausbreiten und aus den dabei gewonnenen Ergebnissen soll auf die relative Permeabilität μ des ferromagnetischen Materials in Abhängigkeit von der Feldstärke geschlossen werden.

Kapitel 2

Theoretische Betrachtung

Zur Lösung des vorliegenden Problems wird beachtet, dass nur Gleichströme und quasistationäre Ströme, also solche, bei denen der Verschiebestrom ϑ gegen die Stromdichte vernachlässigbar ist, genutzt werden. Durch diese Forderung ist gewährleistet, dass sich alle Änderungen an elektrischen und magnetischen Größen an allen Orten praktisch gleichzeitig vollziehen. Beachtet man nun, dass es keinen magnetischen Monopol geben kann, muss gelten

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad (2.1)$$

Dadurch lässt sich der Vektor \vec{B} als Rotation des Vektorpotentials \vec{A} schreiben

$$\vec{A} = \frac{1}{4\pi} \int \frac{\operatorname{rot} \vec{B}}{r} dV \quad (2.2)$$

Unter der Voraussetzung von homogenen Medien gilt nun $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$, wobei μ_0 die Induktionskonstante ist, lässt sich (2.2) umformen zu

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{j}}{r} dV \quad (2.3)$$

und für die \vec{B} als Rotation von \vec{A} gilt somit

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \vec{j} \times \frac{\vec{r}}{r^3} dV \quad (2.4)$$

Wie in Abbildung 2.1 dargestellt, lässt sich das Volumenelement dV darstellen als Multiplikation des orientierten Flächenelementes $d\vec{\sigma}$ und dem Linienelement des Leiters $d\vec{s}$. Berücksichtigt man weiter, dass

$$\int \vec{j} \cdot d\vec{\sigma} = I \quad (2.5)$$

ist, verändert sich Gleichung (2.4) schließlich zu

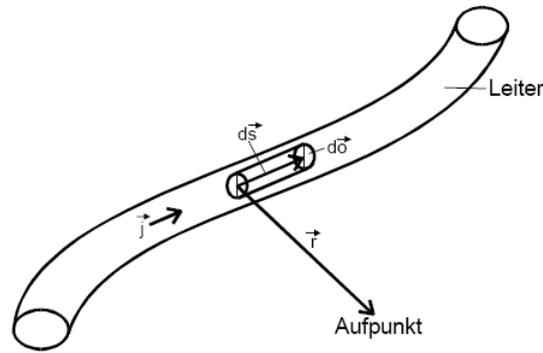


Abbildung 2.1: Skizze zur Veranschaulichung der geometrischen Größen, die im Biot-Savartschen Gesetz auftreten

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \int \frac{d\vec{s} \times \vec{r}}{r^3}. \quad (2.6)$$

Diese Gleichung (2.5) ist bekannt als das Biot-Savartsche Gesetz und dient zur Berechnung des Magnetfeldes.

2.1 Feld auf der Achse eines stromdurchflossenen Kreisringes

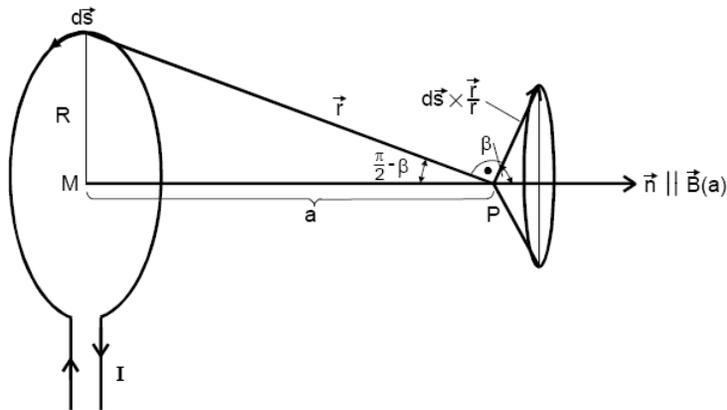


Abbildung 2.2: Skizze zur Berechnung des Magnetfeldes eines stromdurchflossenen Kreisringes

Bei dieser einfachsten Spule, einem einfachen kreisförmigen Leiters, soll sein Feld im Punkt P (dargestellt in Abbildung 2.2) berechnet werden. Hierfür wird mit (2.5) über den kreisförmigen Leiter mit vernachlässigbarem Querschnitt integriert.

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{1}{r^2} \int_0^{2\pi R} d\vec{s} \times \frac{\vec{r}}{r} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{1}{a^2 + R^2} \int_0^{2\pi R} d\vec{s} \times \frac{\vec{r}}{r} \quad (2.7)$$

da jeder Vektor $d\vec{s} \times \vec{r}/r$ die Länge $d\vec{s}$ hat und im Winkel β zur Kreisbenennormalen \vec{n} liegt, folgt nach kurzer Rechnung

$$\vec{B}(a) = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{R^2}{\sqrt{a^2 + R^2}^3} \vec{n} \quad (2.8)$$

2.2 Feld auf der Achse einer Helmholtz-Spule

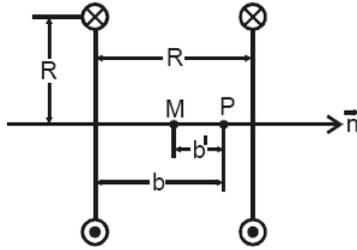


Abbildung 2.3: Querschnitt durch eine Helmholtz-Spule

Eine Helmholtz-Spule besteht aus zwei gleichartigen, coaxialen Kreisringen, mit dem Radius R und dem Abstand R voneinander. Legt man den Ursprung aus Symmetriegründen wie in Abbildung 2.3 aufgelegt in den Mittelpunkt des Systems, so ergibt sich

$$\vec{B}(b') = \frac{\mu_0}{2} I \left(\frac{R^2}{\sqrt{(\frac{R}{2} + b')^2 + R^2}^2} + \frac{R^2}{\sqrt{(\frac{R}{2} - b')^2 + R^2}^2} \right) \vec{n} \quad (2.9)$$

2.3 Feld auf der Achse einer Zylinderspule

Zur Berechnung des Feldes einer Zylinderspule am Punkt P (Skizziert in Abbildung 2.4) zerlegt man die Spule in infinitesimale Ringe dx mit kdx Windungen. Jeder dieser Ringe erzeugt ein Feld nach (2.8). Das Feld der gesamten Spule erhält man nun durch Integration über die Länge der Spule L

$$\vec{B}(a) = \frac{\mu_0}{4\pi} kIR^2 \int_0^L \frac{1}{\sqrt{(b+x)^2 + R^2}^3} dx \vec{n} \quad (2.10)$$

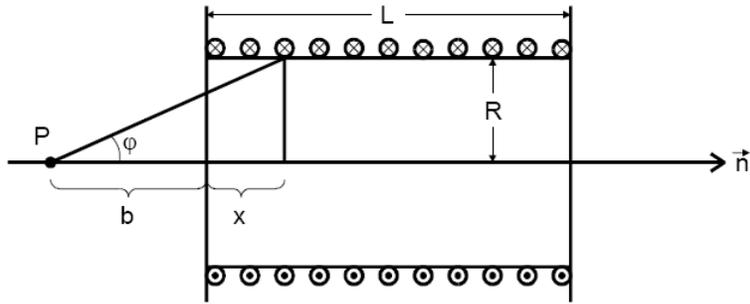


Abbildung 2.4: Querschnitt durch eine Zylinderspule

Löst man dieses Integral durch Substitution der Variable x durch den Winkel φ , so erhält man schließlich

$$\vec{B}(b) = \frac{\mu_0}{2} kI \left(\frac{b+L}{\sqrt{(b+L)^2 + R^2}} - \frac{b}{\sqrt{b^2 + R^2}} \right) \vec{n} \quad (2.11)$$

Hier erkennt man auch, dass die größte Flussdichte in der Mitte der Spule herrscht, also bei $b = -L/2$, dort wird (2.11) zu

$$\vec{B}(\text{frac}L2) = \mu_0 kI \frac{1}{\sqrt{1 + 4R^2/L^2}} \quad (2.12)$$

Für sehr lange Spulen vereinfacht sich dies zusätzlich zu $B = \mu_0 kI$.

2.4 Ausmessung von Magnetfeldern nach dem Induktionsgesetz

Wenn man in die zweite Maxwellsche Gleichung das Stokessche Gesetz einsetzt, so erhält man

$$U_{ind} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d}{dt} \int_F \vec{B} \cdot d\vec{\sigma} = -\frac{d\Phi}{dt} \quad (2.13)$$

wobei F die vom Magnetfeld durchsetzte Fläche F , und Φ der magnetische Fluss ist. Ist nun die Fläche F so orientiert, dass ihre Normale parallel zu \vec{B} ist, und \vec{B} innerhalb von F praktisch konstant, dann vereinfacht sich (2.13) sehr zu

$$U_{ind} = -\frac{d}{dt} nBF. \quad (2.14)$$

Durch diese Beziehung sieht man, dass man mit einem wie in Abbildung 2.5 dargestellten Aufbau, mit Hilfe einer Induktionsspannung die Flussdichte messen kann. Hierzu erzeugt man

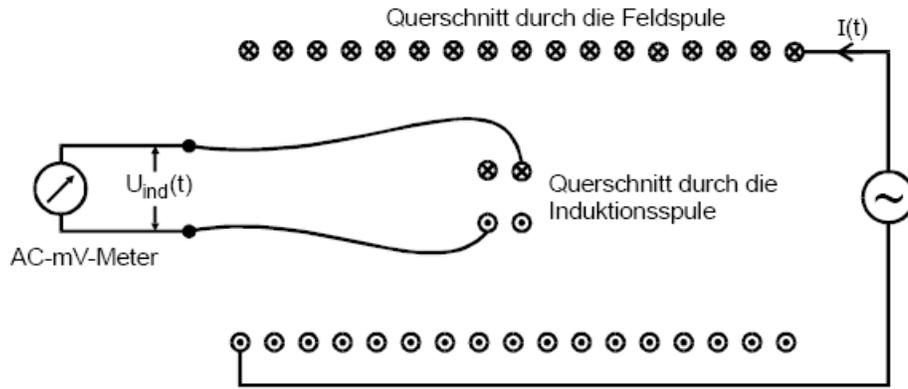


Abbildung 2.5: Prinzipielle Versuchsanordnung zur Messung der durch Spulen erzeugten Magnetfelder mittels des Induktionsgesetzes

ein magnetisches Wechselfeld $B(t) = B_0 \sin \omega t$ durch eine sinusförmige Wechselstromquelle und misst mit einem geeigneten Voltmeter die induzierte Spannung, die den Effektivwert

$$U_{ind,eff} = nF\omega B_{eff} \quad (2.15)$$

hat.

2.5 Beschreibung des Ferromagnetismus

Die höhere Flussdichte in ferromagnetischen Stoffen wird beschrieben durch den Faktor der relativen Permeabilität, der stets groß gegen 1 ist. Es ergibt sich somit für die Flussdichte B

$$B = \mu \mu_0 H \quad (2.16)$$

Diese Gesamtflussdichte setzt sich zusammen aus der Vakuumsflussdichte B_0 und dem Materialanteil M , der sogenannten Magnetisierung

$$M + B_0 = \mu \mu_0 H. \quad (2.17)$$

Betrachtet man die Differenz zur im Vakuum gültigen Beziehung, so erhält man schließlich

$$M = \mu_0(\mu - 1)H := \mu_0 \chi H \quad (2.18)$$

wobei die Größe χ als $\mu - 1$ definiert und Suszeptibilität genannt wird. Die Eigenschaften des Ferromagnetismus ist allerdings nur unterhalb einer gewissen Grenztemperatur, der sogenannten Curie-Temperatur zu beobachten. Der typische Zusammenhang zwischen Feldstärke und Magnetisierung ist in Abbildung (2.6) skizziert.

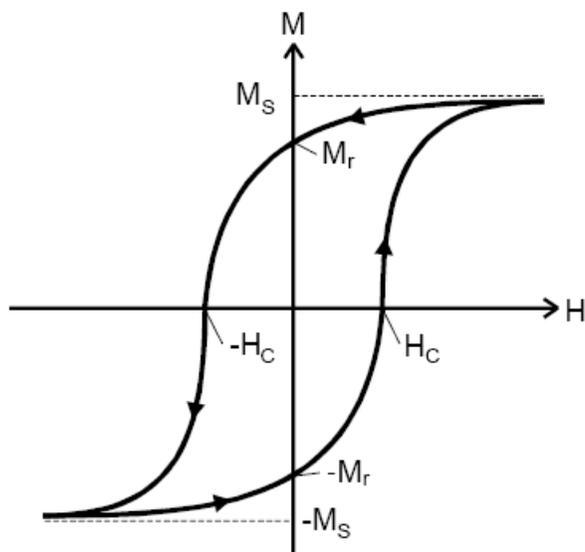


Abbildung 2.6: Magnetisierungskurve eines Ferromagneten

Es lässt sich beobachten, dass für unendliche Feldstärkebeträge eine Sättigung erreicht wird, und der Kurvenverlauf abhängig davon ist, ob man das Feld steigert oder senkt. Diese charakteristische geschlossene Schleife wird Hysterese-Schleife genannt.

Wichtig ist desweiteren, dass selbst bei abgeschaltetem Feld eine Restmagnetisierung, die sogenannte Remanenz M_R übrig bleibt. Es zeigt sich sogar, dass eine ferromagnetische Probe im mikroskopischen Bereich immer bis zur Sättigung magnetisiert ist, allerdings die Magnetisierungsvektoren in ihrer Gesamtheit sich kompensieren und so im makroskopischen Bereich keine Magnetisierung erkennbar ist. Um die Remanenz aufzuheben bedarf es eines entgegengerichteten Feldes und seine Feldstärke wird Koerzitivkraft H_C genannt.

2.6 Elektromagnet mit Luftspalt

Will man etwa eine Probe mit einem Magnetfeld beeinflussen, so ist es wichtig zu wissen wie man dieses Feld am besten auf das Vakuum überträgt. Aufgrund der Quellenfreiheit und der Anwendung des Gaußschen Satzes folgt

$$\int_O \vec{V} \cdot d\vec{\sigma} = 0 \quad (2.19)$$

wobei O die Oberfläche des Volumens ist. Zur Lösung nimmt man nun zwei ebenen Grenzflächen unterschiedlicher Permeabilitäten an. Das Volumen wird durch zwei aufgesetzte Zylinder der Höhe h repräsentiert, welche in diesem Fall gegen null strebt, so dass nur noch über ihre Deckflächen mit unterschiedlichen Vorzeichen integriert wird. Es folgt daraus:

$$B_1 \cdot O_1 - B_2 \cdot O_2 = 0 \quad (2.20)$$

Da beide Oberflächen gleich sind, folgt daraus, dass die Normalkomponente der magnetischen Flussdichte stetig an der Grenzfläche ist, also $B_1 = B_2$.

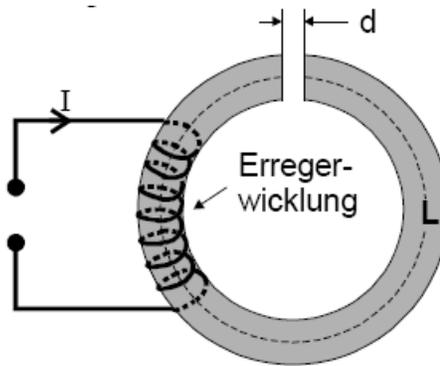


Abbildung 2.7: Elektromagnet mit Luftspalt zur Erzeugung eines hohen B-Feldes im Vakuum

Das Problem wird nun also gelöst, wenn man wie in Abbildung 2.7 einen Luftspalt in das ferromagnetische Material einbringt. Dies wird als Elektromagnet bezeichnet. Die ringförmige Anordnung ist sinnvoll, da sie höhere Flussdichten als ein gerades Ferromagnetikum erzeugt.

Resultierend aus der Maxwellschen Gleichung $\text{rot}\vec{H} = \vec{j}$ und dem Stokeschen Satz erhält man nun

$$\int_0 \vec{j} \cdot d\vec{\sigma} = \oint \vec{H} \cdot d\vec{s} \quad (2.21)$$

Diese Integrale kann man ersetzen durch

$$NI = H_i \cdot L + H_a \cdot d \quad (2.22)$$

da $B_i = \mu\mu_0 H_i$; $H_a = \mu_0 H_a$ und $B_i = B_a$, kann man nun die Feldstärke am Spalt B_a in Abhängigkeit von der Breite des Spaltes d angeben:

$$B_a = \frac{\mu\mu_0 NI}{L + \mu d} \quad (2.23)$$

es zeigt sich also, dass B_a bei konstantem Strom mit wachsender Spaltbreite abnimmt und dass die Permeabilität μ somit eine leicht messbare Größe ist, da alle Werte leicht zu ermitteln sind.

Kapitel 3

Experimentelles Vorgehen

3.1 Messung der Flussdichte nach der Induktionsmethode

Gemessen werden soll die Flussdichte entlang der Achse durch die Mitte einer Spule. Zu diesem Zweck wird, wie in Abbildung 3.1 dargestellt, eine Induktionsspule an einem langen PVC-Stab, mit Hilfe eines Synchronmotors mit gleichmäßigem Vortrieb entlang der Achse durch die Spulenmitte geschoben.

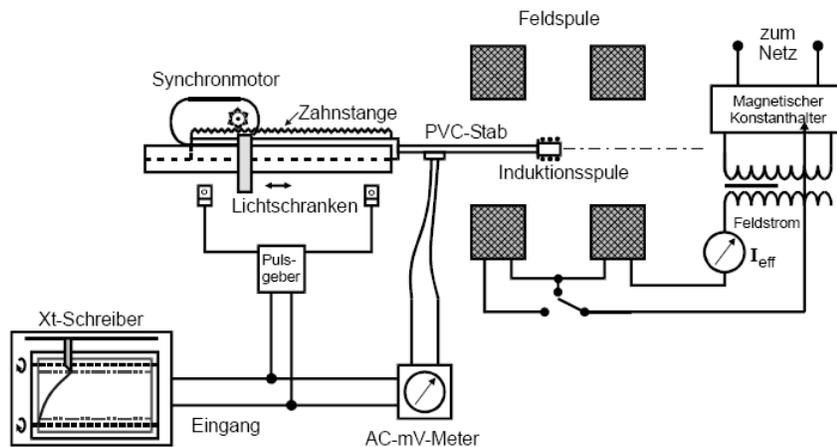


Abbildung 3.1: Schematische Darstellung der für die ortsabhängige Feldmessung benutzte Apparatur

Wie in 2.4 beschrieben wird die Induktionsspannung mit einem digitalen Millivoltmeter erfasst und mit Hilfe eines Xt-Schreibers als Kurvenverlauf dargestellt. Weiter ist noch nötig, bei Beginn und Ende der Messung durch einen Impuls (ausgelöst durch das Ein- und Ausschalten des Motors) den Vortrieb der Sonde relativ zum Mittelpunkt der Spule zu messen.

3.2 Aufnahme einer Hysterese-Kurve

Zur Aufnahme der Hysterese-Kurve wird, um Entmagnetisierungseffekte zu vermeiden, eine ringförmige Probe genutzt, welche mit einem Draht umwickelt ist und so ein Magnetfeld erzeugt. Der Aufbau ist in Abbildung 3.2 Skizziert.

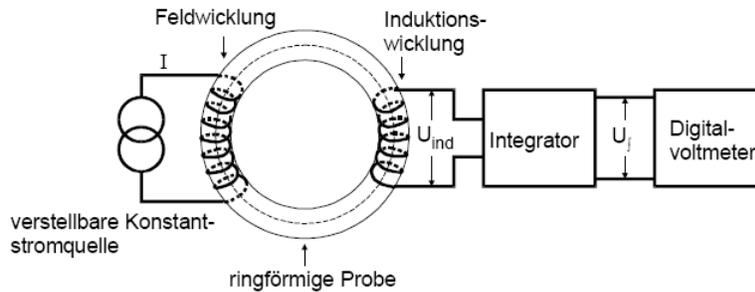


Abbildung 3.2: Schematische Darstellung der Apparatur zur Aufnahme von Magnetisierungskurven

Zur Messung wird nun ein Konstantstromgerät genutzt, mit angeschlossenem digitalen Amperemeter, und der Strom zunächst von 0A auf den Maximalwert von 10A geregelt. Um die charakteristische Form der Hysterese-Kurve zu erhalten muss nun der Strom langsam heruntergeregelt werden bis 0A, dort umgepolt und auf -10A geregelt werden, und dann die Messung wieder zurück zu +10A durchlaufen werden. An der Induktionsspule ist ein Integrator angebracht und eine Spannung U_f erzeugt, die proportional zu $\int U_{ind} dt$ ist. Diese Spannung wird wiederum an einem digitalen Voltmeter abgelesen.

3.3 Messung der Permeabilität

Zur Messung der Permeabilität wird ein ringförmiger Elektromagnet mit einem kleinen Luftspalt (3mm) genutzt. Wie in Abbildung 3.3 dargestellt, wird durch eine Erregerspule ein magnetisches Feld erzeugt und mit Hilfe eines Tesla-Meters, eines Messgerätes, welches die Spannung proportional zur Flussdichte misst und das Ergebnis sofort in der Einheit Tesla angibt, wird sofort die Flussdichte B abhängig vom Erregerstrom gemessen.

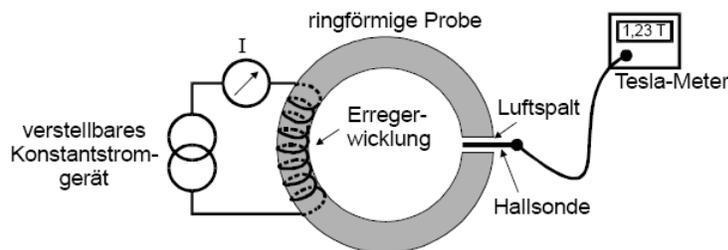


Abbildung 3.3: Versuchsanordnung zur Bestimmung der Permeabilität eines ferromagnetischen Stoffes

Vor der Messung wird die Probe zunächst entmagnetisiert um Verschiebungen der Messkurve zu vermeiden. Mit Hilfe eines simulierten Wechselstromes (erzeugt durch mehrfaches Umpolen der Stromrichtung) wird hierzu versucht, nach dem Abschalten des Stromes eine Restmagnetisierung von unter 2mT zu erhalten.

Kapitel 4

Auswertung

4.1 Allgemeines zur Fehlerrechnung

Im folgenden werden häufig diese drei Formeln genutzt, um das Protokoll nicht unnötig zu strecken geben wir sie hier einmal an und verweisen in Folge darauf:

Für den Mittelwert gilt:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i$$

Für den absoluten Fehler gilt:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{1}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

Für den relativen Fehler gilt:

$$\sigma_{\bar{x},rel} = \frac{\sigma_{\bar{x}}}{\bar{x}}$$

4.2 Messung der Flussdichte nach der Induktionsmethode

Gemessen wurden zwei Spulen, zum einen eine einfache Ringspule, und zum anderen eine Helmholtz-Spule. Die Plots des Xt-Schreibers sind im Anhang dieses Protokolls zu finden.

4.2.1 Die Flussdichte einer Ringspule

Die Messung erfolgte an einer Ringspule mit $N = 400$ Windungen, einem äußeren Radius von $R_1 = 13\text{cm}$ und einem inneren Radius von $R_2 = 10,5\text{cm}$. Der mittlere Radius R beträgt daher $0,1175\text{m}$ und wird im folgenden zur Berechnung herangezogen. Weiter wurde ein Wechselstrom $I_{eff} = 2\text{ A}$ mit der Frequenz $\nu = 50\text{ Hz}$ genutzt.

Zunächst wird der Maßstab des Plot festgestellt. Für die t-Achse, auf der der Vortrieb der Induktionsspule aufgezeichnet wurde. Aus den beiden Messpunkten von $-7,5\text{ cm}$ und $7,5\text{ cm}$ für den Anfang und das Ende der Messung, ergibt sich somit ein Weg von 15cm . Bedingt durch die ausgemessene Breite auf dem Papier von $8,2\text{cm}$ ergibt sich somit für die t-Achse ein Maßstab von

$$m_t = \frac{t_{vor}}{t_{papier}} \approx 2,12 \text{cm(Vortrieb)}/\text{cm(Papier)}$$

Analog dazu wird der Maßstab der x-Achse auf der die Auslenkung der Spannung aufgezeigt wird ebenfalls durch den Anfangs und Endpunkt der Messung festgestellt. Die gemessene Strecke von 1,4cm entspricht hier der Distanz zwischen den Beiden Messpunkten 23mV und 26mV. Daraus folgt für den Maßstab der x-Achse

$$m_x = \frac{x_{aus}}{x_{papier}} \approx 2,14 \text{mV}/\text{cm}$$

Der Fehler ist im Wesentlichen im Ablesen am Papier zu sehen, da das digitalen Millivoltmeter recht genau ist gegen die Ablesegenauigkeit auf dem Papier und die Stiftdicke. Somit fallen Fehler in den Geräten vernachlässigbar klein ins Gewicht und es genügt den Ablesefehler zu betrachten. Dieser liegt etwa bei einem Millimeter auf dem Papier und beim Vortrieb, beim Millivoltmeter wird ein Ablesefehler von 0,1 Prozent angenommen, woraus sofort relative Fehler für die x- und t-Achse mit der Gausschen Fehlerfortpflanzung von $\sigma_t = \sqrt{\sigma_{plot}^2 + \sigma_{messung}^2}$ und damit $\sigma_t = \sqrt{0,7\%^2 + 1,2\%^2} = 1,4\%$ und $\sigma_x = \sqrt{7\%^2 + 0,1\%^2} = 7\%$. Der relativ hohe relative Fehler für die x-Achse resultiert aus der geringen Abmessung die zur Maßstabsermittlung herangezogen wurde.

Aus dem Plot kann man nun folgende drei Werte ablesen mit Hilfe der Eichung:

Vortrieb [cm]	U [mV]
7,50 ± 0,11	23,0 ± 1,6
0,55 ± 0,01	41,2 ± 2,9
-7,50 ± 0,11	26,0 ± 1,8

Der zweite Wert, der die Lage des Maximums relativ zum Vortrieb des Motors beschreibt, sollte eigentlich, da die Längenmessungen relativ zum Mittelpunkt der Spule ausgehen, bei 0cm liegen, da es nur eine relativ kleine verschiebung ist (lediglich 0,3cm auf dem Papier) und am linken Ende der Kurve ein deutlicher Knick erkennbar ist, wird hier im Folgenden von einem Messfehler ausgegangen und der Punkt als Spulenmittelpunkt angesehen.

Ausgehend von diesen Werten wird nun jeweils das Magnetfeld an der Stelle der Messung nach Gleichung (2.8) berechnet. Eine Fehlerfortpflanzung erscheint hier nicht sinnvoll, da wir keine Aussagen über die Fehler der genutzten Geräte machen können. Aus der Gleichung (2.15) folgt umgestellt

$$nF = \frac{U_{ind}}{\omega B_{eff}} = \frac{U_{ind}}{2\pi\nu B_{eff}} \quad (4.1)$$

somit lässt sich ebenfalls der Quotient für jede Gesamtwindungsfläche der Induktionsspule berechnen um zu überprüfen ob es eine Ortsabhängigkeit gibt. Mit der gleichen Begründung wie für das Magnetfeld ist auch hier eine Fehlerfortpflanzung nicht sinnvoll. Aus den Gleichungen folgt direkt diese Tabelle:

Vortrieb [cm]	U [mV]	B [mT]	nF
7,50 ± 0,11	23 ± 1,6	2,56	0,029
0,55 ± 0,01	41,2 ± 2,9	4,28	0,031
-7,50 ± 0,11	26 ± 1,8	2,56	0,032

Für den Quotienten nF folgt somit ein Mittelwert von $(0,031 \pm 0,002)$, was einem relativem Fehler von 6,1% entspricht. Bedenkt man nun, das schon bereits der Ablesefehler im Plot bei 7% lag, so kann innerhalb der Fehlerbetrachtung von einer Unabhängigkeit des Quotienten vom Ort ausgegangen werden.

4.2.2 Die Flussdichte einer Helmholtz-Spule

Die Messung erfolgte hier weitestgehend analog zur Messung der Ringspule. Hier wurden zwei Ringspulen mit je $N = 400$ Windungen, einem äußeren Radius von $R_1 = 13\text{cm}$ und einem inneren Radius von $R_2 = 10,5\text{cm}$ verwendet. Der mittlere Radius R beträgt daher $0,1175\text{m}$ und wird im folgenden zur Berechnung herangezogen. Weiter wurde wieder ein Wechselstrom $I_{eff} = 2\text{ A}$ mit der Frequenz $\nu = 50\text{ Hz}$ genutzt.

Zunächst wird der Maßstab des Plot festgestellt. Für die t-Achse, auf der der Vortrieb der Induktionsspule aufgezeichnet wurde. Aus den beiden Messpunkten von $4,5\text{ cm}$ und $-12,6\text{ cm}$ für den Anfang und das Ende der Messung, ergibt sich somit ein Weg von $17,1\text{cm}$. Bedingt durch die ausgemessene Breite auf dem Papier von $11,4\text{cm}$ ergibt sich somit für die t-Achse ein Maßstab von

$$m_t = \frac{t_{vor}}{t_{papier}} \approx 1,50\text{cm(Vortrieb)}/\text{cm(Papier)}$$

Analog dazu wird der Maßstab der x-Achse auf der die Auslenkung der Spannung aufgezeigt wird ebenfalls durch den Anfangs und Endpunkt der Messung festgestellt. Die gemessene Strecke von $4,5\text{cm}$ entspricht hier der Distanz zwischen den Beiden Messpunkten 35mV und 39mV . Daraus folgt für den Maßstab der x-Achse

$$m_x = \frac{x_{aus}}{x_{papier}} \approx 0,89\text{mV}/\text{cm}$$

Aus einer ebenfalls analogen Fehlerbetrachtung folgen die beiden Relativfehler $\sigma_t = 1,1\%$ und $\sigma_x = 2,2\%$.

Aus dem Plott kann man 5 charakteristische Werte ablesen, die Anfangs- und Endpunkte der Messung, die beiden Mittelpunkte der einzelnen Spulen, und die Mitte zwischen beiden Spulen. Es ergibt sich somit folgende Tabelle:

Vortrieb [cm]	U [mV]
$4,50 \pm 0,05$	$39 \pm 0,86$
$0,00 \pm 0,00$	$53,9 \pm 1,19$
$-5,88 \pm 0,06$	$55,5 \pm 1,22$
$-10,38 \pm 0,11$	$39,7 \pm 0,87$
$-12,60 \pm 0,14$	$35,0 \pm 0,77$

Das Magnetfeld berechnet sich gemäß Gleichung (2.9), der Quotient nF wieder analog zur Vorherigen Messung, gleiches gilt für die ausbleibende weitere Fehlerfortpflanzung. Es ergibt sich somit:

Vortrieb [cm]	U [mV]	B [mT]	nF
$4,50 \pm 0,05$	$39 \pm 0,86$	5,99	0,021
$0,00 \pm 0,00$	$53,9 \pm 1,19$	6,12	0,028
$-5,88 \pm 0,06$	$55,5 \pm 1,22$	5,79	0,031
$-10,38 \pm 0,11$	$39,7 \pm 0,87$	4,34	0,029
$-12,60 \pm 0,14$	$35,0 \pm 0,77$	3,46	0,032

Für den Quotienten nF folgt somit ein Mittelwert von $(0,026 \pm 0,004)$, was einem relativem Fehler von 16,75% entspricht. Hier kann nicht mehr von einer Ortsunabhängigkeit des Quotienten ausgegangen werden. Betrachtet man allerdings den Kurvenverlauf, so sieht man, dass der Messpunkt am Ort der zweiten Spule bereits einen sehr niedrigen Wert des Magnetfeldes aufweist. Es lässt sich somit vermuten ob ein systematischer Fehler vorliegt, der eine Verschiebung der Kurve verursacht hat.

4.3 Aufnahme einer Hysterese-Kurve

Zur Aufnahme der Hysterese-Kurve nutzen wir eine Feldspule mit $N = 461$ Windungen und eine Induktionsspule mit $M = 400$ Windungen. Der Ring besitzt einen Außendurchmesser von $d_1 = 28,8$ cm und einen Innendurchmesser von $d_2 = 23,4$ cm, es ergibt sich also ein mittlerer Durchmesser von 26,1 cm und eine Länge der Spule von 82 cm. Der Querschnitt der Spule beträgt $5,83 \text{ cm}^2$.

Da nun die Spannung in Abhängigkeit vom Strom gemessen wurde, benötigt es noch einiger Umrechnungen, um auf die gesuchten Werte der magnetischen Feldstärke $H(I)$ und der Magnetisierung $M(H)$ zu kommen. Beide berechnen sich wie folgt:

$$H(I) = \frac{N}{L}I \quad (4.2)$$

$$M(H) = \frac{RC}{nf}U - \mu_0 \frac{N}{L}I = \frac{RC}{nf}U - \mu_0 H(I) \quad (4.3)$$

wobei für den Faktor $RC = 0,1s$ gewählt war.

Es ergibt sich damit die folgende Tabelle mit Messwerten, wobei M_1 für $M(H)_1$ steht (die Tabelle wäre sonst zu breit geworden für die Seite) und M_2 für den justierten Wert $M(H)_2$ steht. Dieser Wert erklärt sich aus Symetrie Gründen, da die Kurve aus Eichgründen um 0,49 T verschoben ist, da ihre Sättigungswerte vom Betrag gleich sein müssen, darum ergibt sich der Wert $M(H)_2 = M(H)_1 - 0,49 \text{ T}$.

I[A]	U[V]	H(I)[A/m]	M ₁ [T]	M ₂ [T]	I[A]	U[V]	H(I)[A/m]	M ₁ [T]	M ₂ [T]
-10,00	-2,830	-5622,26	-1,21	-1,70	9,50	5,150	5341,14	2,20	1,71
-9,50	-2,810	-5341,14	-1,20	-1,69	9,00	5,130	5060,03	2,19	1,70
-9,00	-2,790	-5060,03	-1,19	-1,68	8,50	5,100	4778,92	2,18	1,69
-8,50	-2,770	-4778,92	-1,18	-1,68	8,00	5,070	4497,80	2,17	1,68
-8,00	-2,750	-4497,80	-1,17	-1,67	7,50	5,050	4216,69	2,16	1,67
-7,50	-2,720	-4216,69	-1,16	-1,65	7,00	5,030	3935,58	2,15	1,66
-7,00	-2,700	-3935,58	-1,15	-1,65	6,50	5,000	3654,47	2,14	1,65
-6,50	-2,670	-3654,47	-1,14	-1,63	6,00	4,970	3373,35	2,13	1,63
-6,00	-2,640	-3373,35	-1,13	-1,62	5,50	4,930	3092,24	2,11	1,62
-5,50	-2,600	-3092,24	-1,11	-1,60	5,00	4,860	2811,13	2,08	1,59
-5,00	-2,550	-2811,13	-1,09	-1,58	4,50	4,840	2530,01	2,07	1,58
-4,50	-2,500	-2530,01	-1,07	-1,56	4,00	4,770	2248,90	2,04	1,55
-4,00	-2,440	-2248,90	-1,04	-1,54	3,50	4,690	1967,79	2,01	1,52
-3,51	-2,360	-1973,41	-1,01	-1,50	3,00	4,580	1686,68	1,96	1,47
-3,00	-2,250	-1686,68	-0,96	-1,46	2,49	4,440	1399,94	1,90	1,41
-2,50	-2,110	-1405,56	-0,90	-1,40	2,00	4,270	1124,45	1,83	1,34
-2,00	-1,980	-1124,45	-0,85	-1,34	1,80	4,180	1012,01	1,79	1,30
-1,80	-1,850	-1012,01	-0,79	-1,29	1,60	4,090	899,56	1,75	1,26
-1,60	-1,760	-899,56	-0,75	-1,25	1,40	3,990	787,12	1,71	1,22
-1,40	-1,660	-787,12	-0,71	-1,20	1,20	3,880	674,67	1,66	1,17
-1,20	-1,550	-674,67	-0,66	-1,16	1,00	3,750	562,23	1,61	1,11
-1,00	-1,420	-562,23	-0,61	-1,10	0,80	3,620	449,78	1,55	1,06
-0,80	-1,280	-449,78	-0,55	-1,04	0,60	3,450	337,34	1,48	0,99
-0,60	-1,120	-337,34	-0,48	-0,97	0,40	3,250	224,89	1,39	0,90
-0,40	-0,930	-224,89	-0,40	-0,89	0,18	3,000	101,20	1,29	0,79
-0,20	-0,710	-112,45	-0,30	-0,80	0,02	2,760	11,24	1,18	0,69
-0,02	-0,430	-11,24	-0,18	-0,68	-0,21	1,970	-118,07	0,85	0,35
0,20	0,260	112,45	0,11	-0,38	-0,40	0,460	-224,89	0,20	-0,30
0,40	1,800	224,89	0,77	0,28	-0,60	-0,210	-337,34	-0,09	-0,58
0,60	2,520	337,34	1,08	0,59	-0,82	-0,620	-461,02	-0,27	-0,76
0,80	2,920	449,78	1,25	0,76	-1,00	-0,850	-562,23	-0,36	-0,86
1,00	3,160	562,23	1,35	0,86	-1,20	-1,040	-674,67	-0,45	-0,94
1,20	3,370	674,67	1,44	0,95	-1,40	-1,220	-787,12	-0,52	-1,02
1,40	3,530	787,12	1,51	1,02	-1,60	-1,350	-899,56	-0,58	-1,07
1,60	3,680	899,56	1,58	1,08	-1,80	-1,480	-1012,01	-0,63	-1,13
1,83	3,820	1028,87	1,64	1,14	-2,00	-1,590	-1124,45	-0,68	-1,17
2,00	3,920	1124,45	1,68	1,19	-2,50	-1,820	-1405,56	-0,78	-1,27
2,50	4,160	1405,56	1,78	1,29	-3,00	-2,020	-1686,68	-0,86	-1,36
3,01	4,360	1692,30	1,87	1,37	-3,50	-2,170	-1967,79	-0,93	-1,42
3,50	4,510	1967,79	1,93	1,44	-4,02	-2,300	-2260,15	-0,98	-1,48
4,02	4,630	2260,15	1,98	1,49	-4,51	-2,400	-2535,64	-1,03	-1,52
4,50	4,720	2530,01	2,02	1,53	-5,01	-2,470	-2816,75	-1,06	-1,55
5,00	4,800	2811,13	2,06	1,56	-5,50	-2,530	-3092,24	-1,08	-1,57
5,50	4,860	3092,24	2,08	1,59	-6,02	-2,590	-3384,60	-1,11	-1,60
6,00	4,920	3373,35	2,11	1,61	-6,41	-2,630	-3603,87	-1,12	-1,62
6,50	4,950	3654,47	2,12	1,63	-7,00	-2,670	-3935,58	-1,14	-1,63
7,00	4,990	3935,58	2,14	1,64	-7,50	-2,710	-4216,69	-1,16	-1,65
7,52	5,030	4227,94	2,15	1,66	-8,00	-2,740	-4497,80	-1,17	-1,66
8,01	5,060	4503,43	2,16	1,67	-8,51	-2,770	-4784,54	-1,18	-1,68
8,51	5,090	4784,54	2,18	1,68	-9,00	-2,790	-5060,03	-1,19	-1,68
9,02	5,120	5071,27	2,19	1,70	-9,52	-2,820	-5352,39	-1,20	-1,70
9,50	5,140	5341,14	2,20	1,70	-10,02	-2,870	-5633,50	-1,22	-1,72

Grafisch dargestellt ergibt sich nun folgende Hysterese-Kurve:

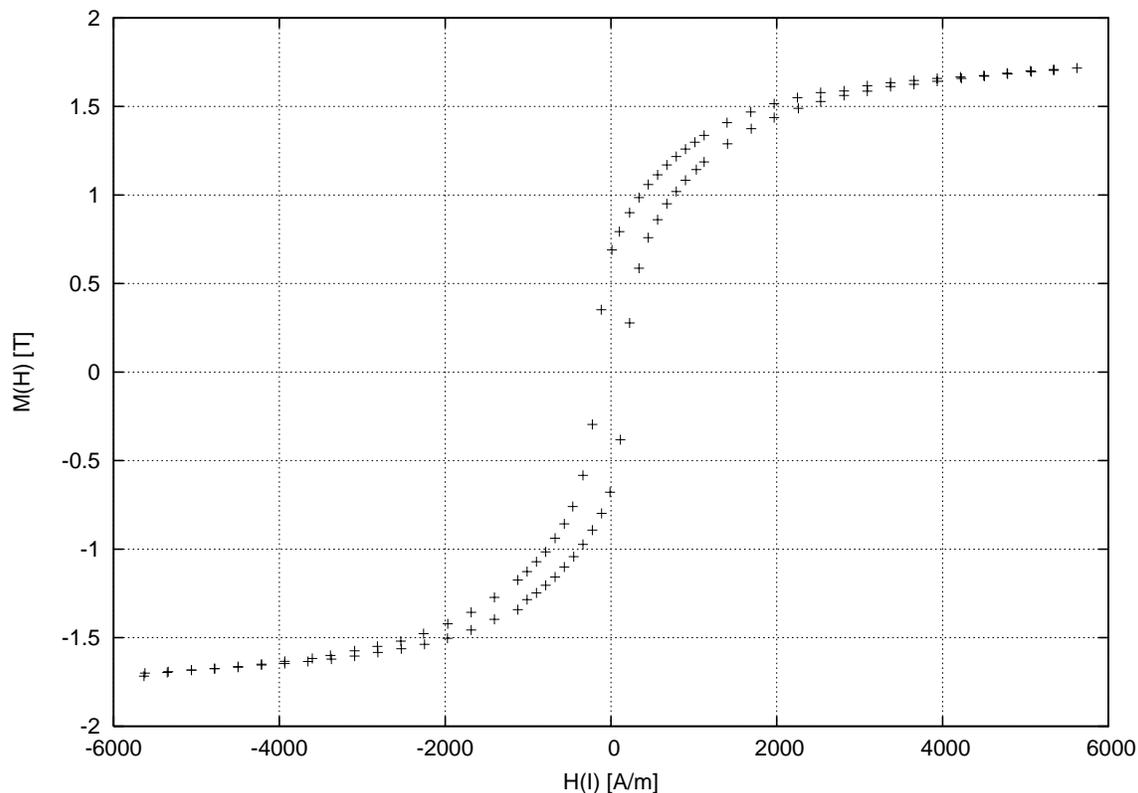


Abbildung 4.1: Hysterese-Kurve

Aus der Kurve und auch aus der Tabelle lassen sich somit die Werte für die Sättigung M_S , die Remanenz M_r und für die Koerzitivkraft H_c (die eigentlich keine Kraft sondern eine Feldstärke ist) ablesen. Da wir für jeden dieser Werte je ein Wertepaar bekommen, einen Wert jeweils für die aufsteigende Kurve und einen für die abfallende Kurve und da diese Werte sowohl in unserer Messung als auch in der Theorie nah beieinander liegen sollten (optimal identisch sein), Mitteln wir über die Betragswerte um so eine bessere Aussage machen zu können.

	Sättigung	Remanenz	Koerzitivkraft
	1,7 T	0,68 T	224,89 $\frac{A}{m}$
	1,72 T	0,69 T	224,89 $\frac{A}{m}$
Mittelwert:	1,71 T	0,68 T	224,89 $\frac{A}{m}$
Absoluter Fehler:	0,01 T	0,01 T	0 $\frac{A}{m}$
Relativfehler:	0,71%	1,33%	0%

4.4 Messung der Permeabilität

Zur Messung der Permeabilität erreichten wir eine sehr präzise Eichung für eine Restmagnetisierung von 0 T, so dass ein systematischer Fehler durch diese Verschiebung nicht zu erwarten

ist. Wir nutzten eine Spule mit $N = 595$ Windungen, einem Luftspalt von $d = 3\text{mm}$ Breite und der Ring besaß einen Außendurchmesser von $D_1 = 28,6\text{cm}$ und einen Innendurchmesser von $D_2 = 23,1\text{ cm}$, damit also einen mittleren Durchmesser von $D = 26,9\text{cm}$, was einer Länge der Spule von $L = 81,2\text{cm}$ entspricht.

Die Permeabilität berechnet sich gemäß

$$\frac{BL}{\mu_0 NI - Bd} \quad (4.4)$$

und die Feldstärke wird durch die Gleichung

$$H = \frac{NI}{L + \mu d} \quad (4.5)$$

Es ergibt sich damit die folgende Tabelle:

I [A]	B [mT]	H(I) [A/m]	μ
0	0	0,00	
0,5	53	366,33	181,73
1,0	116	732,67	210,35
1,5	177	1099,00	216,48
2,0	238	1465,33	219,59
2,5	319	1831,67	247,99
3,0	381	2198,00	245,91
3,5	427	2564,33	229,17
4,5	503	3297,00	197,87
5,0	535	3663,33	184,45
5,5	557	4029,67	169,26
6,0	578	4396,00	156,88
6,5	601	4762,33	147,61
7,0	618	5128,67	138,02
7,5	634	5495,00	129,73
8,0	649	5861,33	122,46
8,5	665	6227,67	116,48
9,0	679	6594,00	110,86
9,5	695	6960,34	106,36
10,0	704	7326,67	101,06

Es ist, vor allem in der grafischen Aufzeichnung der Messwerte, ein Fehler für den dritten und vierten Wert erkennbar. Es lässt sich weiter erkennen, dass die Permeabilität sehr schnell ansteigt, bis sie ihren höchsten Wert im Bereich von 1831,67 A/m erreicht. Anschließend fällt sie weniger steil ab und verschwindet für große Flussdichten nahezu.

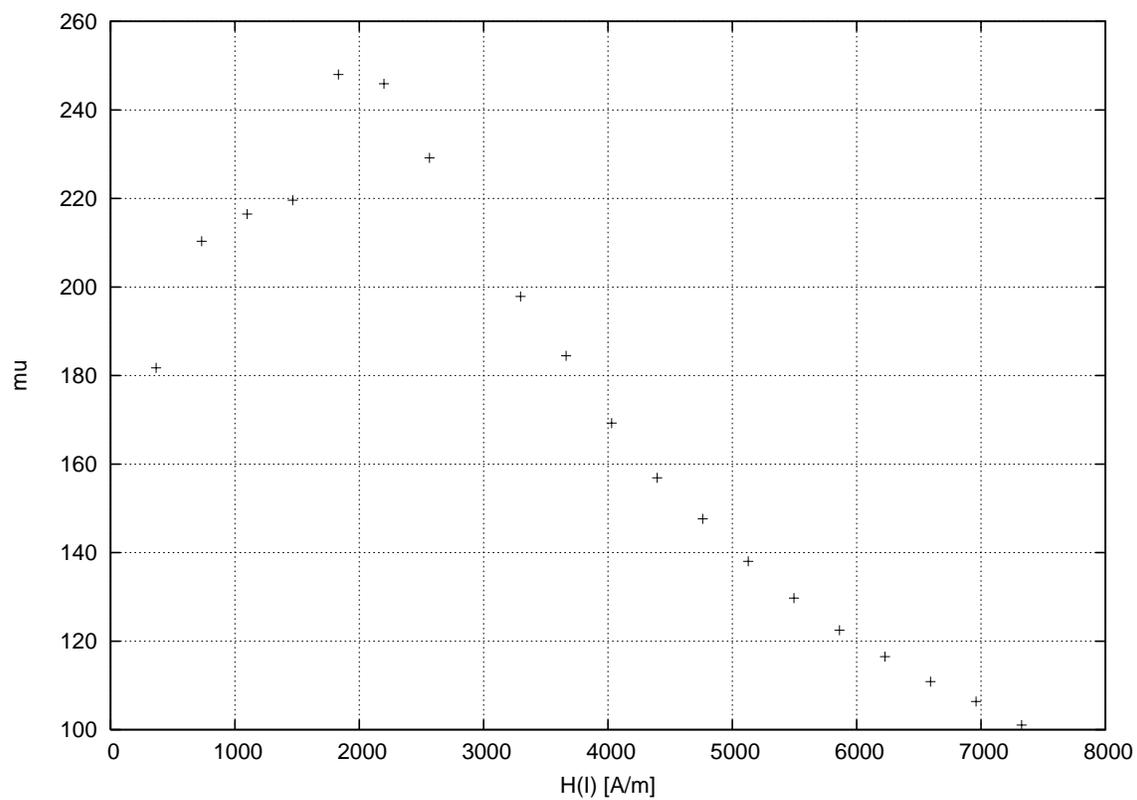


Abbildung 4.2: Permeabilität in Abhängigkeit von der Feldstärke