

Physik III - Anfängerpraktikum-

Versuch 401: Das Michelson-Interferometer

Sebastian Rollke (103095) und Daniel Brenner (105292)

21. September 2005

Inhaltsverzeichnis

1	Theorie	2
1.1	Interferenz	2
1.2	Interferenzfähigkeit des Lichts	3
1.3	Prinzipieller Aufbau des Michelson-Interferometers	4
2	Durchführung	5
2.1	Vorarbeiten	5
2.2	Bestimmung der Wellenlänge eines Lasers	5
2.3	Bestimmung des Brechungsindex	6
2.4	Na-Dampflampe	6
3	Auswertung	6
3.1	Bestimmung der Wellenlänge des He-Ne-Lasers	6
3.2	Bestimmung des Brechungsindex von Luft	7
3.3	Bestimmung des Brechungsindex von Kohlendioxid	8
3.4	Untersuchung der Natrium-Dampflampe	9

1 Theorie

Das Michelson-Interferometer basiert auf den Welleneigenschaften des Lichts. Es wird verwendet zur Frequenz- bzw. Wellenlängenmessung von Lichtquellen, woraus dann auch der Brechungskoeffizienten von verschiedenen Materialien bzw. die Wellenlängenunterschiede zwischen zwei Lichtquellen bestimmt werden können. Zum Verständnis der Funktionsweise werden im Folgenden die Eigenschaften des Lichtes behandelt und einige im Folgenden benutzte Begriffe erklärt.

1.1 Interferenz

Da es sich bei Licht nur um eine spezielle Form einer elektromagnetischen Welle handelt, läßt sich (im einfachsten Fall) die elektrische Feldstärke bestimmen zu:

$$E(\vec{x}, t) = \vec{E}_0 \cos(kx - \omega t - \delta)$$

Daraus folgt, unter der Annahme da sich die Lichtausbreitung durch die Maxwell Gleichungen beschreiben läßt, daß für Lichtwellen das Prinzip der linearen Superposition gilt:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \dots$$

Aus technischen Gründen betrachtet man jedoch die Intensität des Lichtes. Also der Zeitmittelwert einer auf eine bestimmte Flächeneinheit treffenden Lichtleistung. Aus den Maxwell'schen Gleichungen folgt dann:

$$I = \text{const} |\vec{E}|^2$$

Somit ergibt sich für die Gesamtintensität I_{ges} an einem Ort x zu einer Zeit t hervorgerufen durch zwei Lichtwellen \vec{E}_1, \vec{E}_2 :

$$I_{ges} = \frac{\text{const}}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} (|\vec{E}_1 + \vec{E}_2|)^2(x, t) dt$$

Unter der Voraussetzung, daß der Beobachtungszeitraum groß gegen die Periodenlängen der Wellen ist.

Für die Feldstärken nehmen wir nun die folgenden Gleichungen an:

$$\vec{E}_1 = E_0 \exp i(kx - \omega t - \delta_1) \text{ und } \vec{E}_2 = E_0 \exp i(kx - \omega t - \delta_2)$$

und erhalten daraus letztendes

$$I_{ges} = 2\text{const} E_0^2 (1 + \cos(\delta_2 - \delta_1))$$

Mit der Wellenzahl k , der Kreisfrequenz ω und dem Phasenwinkel δ . \vec{E}_0 sei die Amplitude des E-Feldes.

An dieser Gleichung erkennt man nun, daß zur Addition der Feldstärken noch ein Interferenzterm der Größe $2const\vec{E}_0^2 \cos(\delta_2 - \delta_1)$ hinzu kommt, woraus dann folgt, daß sich Lichtwellen sogar gegenseitig auslöschen können, sofern ihr Phasenunterschied folgender Bedingung genügt:

$$\delta_2 - \delta_1 = (2n + 1)\pi \text{ mit } n = 0, 1, 2, 3, ..$$

1.2 Interferenzfähigkeit des Lichts

Aus unserer Erfahrung, lernen wir jedoch, daß es im Alltag zu keinen Interferenzeffekten des Lichts kommt. Die Ursache dafür, liegt darin begründet, dass ausgedehnte Lichtquellen (z.B. Glühlampen) aus einzelnen Atomen bestehen, die Photonen emittieren. Jedoch emittieren diese Atome nicht im Gleichtakt, so daß die Phasenunterschiede statistische Funktionen der Zeit sind.

Mittelt man nun über einen Zeitraum, der groß gegen die Periodendauer $2\pi/\omega$ ist, verschwindet der Interferenzterm. Derartiges, nicht interferenzfähiges Licht, bezeichnet man als inkohärent.

Möchte man Interferenzerscheinungen beobachten, benötigt man sog. kohärentes Licht, also Licht einer Wellenlänge und nur einer Phasenkonstante. Ein Beispiel hierfür ist der sog. LASER. Jedoch ist es auch möglich mittels einer normalen Lichtquelle Interferenzerscheinungen zu beobachten. Dies kann nur bewerkstelligt werden, in dem man Licht aus ein und derselben Quelle (in diesem Fall demselben Atom) zur Überlagerung bringt. Man teilt einen Lichtstrahl in zwei Strahlbündel auf und läßt sie durch eine Spiegelanordnung laufen und sie dann in einem Punkt wieder aufeinander treffen.

Durch die unterschiedlichen Weglängen zu P kommt es zu Phasenverschiebungen der beiden Wellen am Ort P. Beträgt der Wegunterschied nun

$$\Delta = (2n + 1)\frac{\lambda}{2} \text{ mit } n = 0, 1, 2, 3, ..$$

verschwindet die Lichtintensität am Punkt P (bei gleichen Feldstärken der beiden Teilbündel).

Ein weiterer wichtiger Punkt für die Kohärenzfähigkeit, ist die sogenannte Kohärenzlänge l . So darf der Wegunterschied zweier Teilbündel diese Länge nicht überschreiten, da sonst keine Interferenz mehr auftritt.

Man bestimmt die Kohärenzlänge zu $l = \lambda N$. Mit N als der Menge der beobachteten Intensitätsmaxima.

Aus dem Fourier-Theorem und der daraus abgeleiteten Tatsache, daß ein endlicher Wellenzug niemals monochromatisch sein kann, folgen nun einige weitere Eigenschaften.

Man bezeichnet $\lambda_0 := \frac{2\pi c}{\tau}$ als die Lage des Maximums der Wellenlängenverteilung. Durch Umformen erhält man dann daraus:

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda_0^2}{l}$$

Emittiert eine Lichtquelle Licht zweier Wellenlängen, läßt sich über diese Beziehung deren Wellenlängenunterschied ermitteln.

Übergang zu einer ausgedehnten Lichtquelle Leider trifft die Idealisierung einer punktförmigen Lichtquelle nur selten zu. So nutzt man auch ausgedehnte Lichtquellen zur Erzeugung von Interferenzerscheinungen.

Generell gilt, daß wenn man Interferenzerscheinungen einer ausgedehnten Lichtquelle beobachten will, man sie entweder durch eine sehr kleine Blende oder unter einem kleinen Öffnungswinkel betrachten muß (was einer großen Entfernung zur Quelle gleich kommt). Ein Beispiel für kohärente Lichtquellen, die unter einem kleinen Öffnungswinkel betrachtet werden, sind zum Beispiel Fixsterne.

Allgemein gilt nun noch als Bedingung für Interferenzfähigkeit, daß die beiden Wellen nicht senkrecht zueinander polarisiert sind.

1.3 Prinzipieller Aufbau des Michelson-Interferometers

Ein Interferometer dient dazu, wie der Name schon sagt, unter Ausnutzung von Interferenzeffekten optische Größen zu messen. Dies geschieht durch das Spalten des Lichtes in mindestens zwei Lichtstrahlen. Dies kann entweder durch das Teilen der Wellenfronten beim Lloydschen Spiegelversuch oder im Fresnelschen Biprisma erreicht werden, wofür allerdings eine punktförmige Lichtquelle vorausgesetzt werden muss. Die andere Art der Teilung geschieht durch eine semipermeable Platte die die Lichtamplitude teilt. Michelsons-Interferometer macht sich eben diesen letzt genannten Versuchsaufbau zu nutze. Hierbei durchläuft ein Teil des Lichtes die semipermeable Platte, während der Rest von ihr senkrecht zur Einfallrichtung gespiegelt wird. Beide Lichtstrahlen werden nun von einem Spiegel reflektiert und zurück zur semipermeablen Platte geleitet wo sie wieder geteilt werden. Ein Teil der beiden reflektierten Strahlen läuft parallel zueinander zu einem Photoelement oder einer anderen Beobachtungseinrichtung. Zur Erreichung von kohärenten Lichtbündeln wird zusätzlich eine Kompensationsplatte mit der gleichen Eigenschaft der semipermeablen Platte in die Apparatur eingefügt, da der eine Lichtstrahl die semipermeable Platte nur einmal durchlaufen hat.

Nun lässt sich einer der beiden Spiegel verstellen wodurch sie die Weglänge des einen Strahles ändert. Somit überlagern sich beide Strahlen und bilden durch die Interferenz Maxima und Minima. So lässt sich etwa die Wellenlänge durch die Formel

$$\lambda = \frac{2\Delta d}{N}$$

bestimmen.

Analog dazu lässt sich der Wegunterschied auch durch ein eingefügtes Medium erzeugen. Dieses wird von einem der Lichtstrahlen durchlaufen. Durch Änderung des Gasdrucks ändern sich die Brechungsindizes welche wiederum den Strahlenweg verändern. Leicht lässt sich auch dieses durch die Formel

$$\Delta n(p, p') = \frac{N\lambda}{2b}$$

ausdrücken.

2 Durchführung

2.1 Vorarbeiten

Zur exakten Durchführung der Messungen muss zu Beginn zuerst das Interferometer justiert werden. Hierzu nutzen wir das Licht des später auch zu vermessenden Helium-Neon-Lasers, der durch eine kurzbrennweitige Aufweitungslinse zur besseren Darstellung des Interferenzmusters, auf die Aperatur ausgerichtet wird. Anschließend wird der nicht verschiebbare Spiegel so lange justiert, bis sich beide Strahlenbündel überlagern und ein gutes Interferenzmuster zu sehen ist.

2.2 Bestimmung der Wellenlänge eines Lasers

Zur Messung der Wellenlänge des hier gewählten Helium-Neon-Lasers wird das Licht auf das justierte Interferometer geschickt. Nun werden durch Verstellung des verschiebbaren Spiegels (über einen Hebel mit der Umsetzung 1:5,024) die Maxima der Interferenzen durchlaufen. Zur Messung ist es zudem wegen der geringen Wellenlänge des Lichtes notwendig für eine genaue Messung eine große Anzahl von Maxima zu zählen (hier werden mindestens 3000 gewählt). Diese Messung wird 5 mal durchgeführt.

Die Wellenlänge λ lässt sich schließlich nach der Formel

$$\lambda = \frac{2\Delta d}{N}$$

mit d als Spiegelposition und N als Zählrate der Maxima.
 d lässt sich ermitteln durch den abgelesenen Schraubenvortrieb l , geteilt durch 5,024.

2.3 Bestimmung des Brechungsindex

Zur Bestimmung des Brechungsindex wird die eingebaute und mit Luft gefüllte Messzelle genutzt und wahlweise mit Luft oder mit Kohlendioxid gefüllt. Zur Messung wird die Messzelle wahlweise nahezu evakuiert oder wieder auf Normaldruck gefüllt. Der Zähler zählt währenddessen die Maxima die bei dem Photoelement auftreten. Diese Messung wird ebenfalls 5 mal je zu untersuchendem Stoff durchgeführt.

Der Brechungsindex Δn ergibt sich dann über die Formel:

$$\Delta n(p, p') = \frac{N\lambda}{2b}$$

wobei N wieder die Zählrate ist, die Wellenlänge λ aus Versuchsteil a) bestimmt ist und b mit 50mm angegeben war.

2.4 Na-Dampflampe

Zur Bestimmung von $\Delta\lambda$ wird ähnlich wie bei der Messung des Laserlichtes vorgegangen. Man fährt mit dem Spiegel wieder durch die Aperatur bis man mehrere Minima gesehen hat. Durch die relativ geringe Kohärenzlänge muss man sich allerdings mit weniger Interferenzringen begnügen, hier werden aber mindestens 800 ausgezählt. Die Dauer der Schwebungsminima kann man mit einem angeschlossenen Speicheroszillographen bequem aufzeichnen und anschließend auswerten.

3 Auswertung

3.1 Bestimmung der Wellenlänge des He-Ne-Lasers

Der Schraubenvortrieb lässt sich mit einer Genauigkeit von $\pm 0,05\text{mm}$ ablesen wodurch sich ein Fehler von $\pm 0,01\text{mm}$ für den Spiegelvortrieb ergibt. Die Zählrate wird mit einem vergleichsweise kleinen Fehler von ± 1 angenommen. Durch die Gausssche Fehlerfortpflanzung ergibt sich somit ein Fehler von

$$\sigma = \sqrt{\left(\frac{2\sigma_{\text{Schraube}}}{N}\right)^2 + \left(\frac{2d\sigma_{\text{Zaehler}}}{N^2}\right)^2}$$

N	l [mm]	d [mm]	λ [nm]
3000	4,79	0,949	$633 \pm 0,70$
3001	4,8	0,951	$634 \pm 0,70$
3000	4,8	0,951	$634 \pm 0,70$
3001	4,8	0,951	$634 \pm 0,70$
3002	4,8	0,951	$634 \pm 0,70$

Es ergibt sich also ein Mittelwert von $\lambda = (633,8 \pm 0,31)$ nm. Dies entspricht nahezu dem Literaturwert von 633 nm.

3.2 Bestimmung des Brechungsindex von Luft

N	Δp [bar]	$\Delta n (\pm 0,04 \cdot 10^{-4}) [10^{-4}]$
42	0,9975	2,66
42	0,9975	2,66
42	0,9975	2,66
42	0,9975	2,66
43	0,9975	2,72
42	0,9975	2,66
42	0,9975	2,66
42	0,9975	2,66
42	0,9975	2,66
44	0,9975	2,79

Der Fehler der einzelnen Messwerte ergibt sich dabei durch die Standardabweichung σ der Stichprobe nach

$$\sigma := \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

Aus diesem ergibt sich dann auch die Standardabweichung des arithmetischen Mittels nach

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \tag{1}$$

Es gibt sich somit ein Mittelwert von $\Delta n = (2,68 \pm 0,01) \cdot 10^{-4}$

Der Brechungsindex in Luft folgt daraus mit

$$n = 1,000268 \pm 0,000001$$

Dieser Wert kommt dem Literaturwert von 1,00292 relativ nahe (Differenz von $\approx 0,03\%$). Mögliche Fehlerquellen sind eventuell Ablesefehler oder Fehler im Versuchsaufbau.

3.3 Bestimmung des Brechnungsindex von Kohlendioxid

N	Δp [bar]	$\Delta n (\pm 0,04 \cdot 10^{-4}) [10^{-4}]$
62	0,9975	3,92
62	0,9975	3,92
62	0,9975	3,92
62	0,9975	3,92
63	0,9975	3,99
63	0,9975	3,99
63	0,9975	3,99
63	0,9975	3,99
62	0,9975	3,92
64	0,9975	4,05

Der Fehler der einzelnen Messwerte ergibt sich dabei durch die Standardabweichung σ der Stichprobe nach

$$\sigma := \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

Aus diesem ergibt sich dann auch die Standardabweichung des arithmetischen Mittels nach

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (2)$$

Es gibt sich somit ein Mittelwert von $\Delta n = (3,96 \pm 0,01) \cdot 10^{-4}$

Der Brechnungsindex von Kohlendioxid folgt daraus zu

$$n = 1,000396 \pm 0,000001$$

Der Literaturwert liegt wieder mit 1,000490 relativ nahe am gemessenen Wert. Als mögliche Fehlerquellen kommen die gleichen wie bei der obigen Messung in Betracht.

3.4 Untersuchung der Natrium-Dampflampe

Zuerst wird die Kohärenzlinie bestimmt. Diese ergibt sich durch $s = t \cdot v$, wobei t die abgelesene Dauer einer Schwebung ist und v die Geschwindigkeit des Spiegelvortriebs, berechnet aus der Winkelgeschwindigkeit der Schraube (eine Umdrehung pro Minute). Mit $(\frac{1}{5,024}/60)$ ergibt sich daraus ein Vortrieb von 0,00332 mm/s. Die Dauer einer Schwebung ließe sich zwar prinzipiell mit Hilfe des Computers und einem Grafikprogramm sehr genau bestimmen, doch lässt sich leider nicht exakt sagen wo die Minima liegen. Daher haben wir einen Ablesefehler von etwa einem Millimeter pro Kästchen (etwa 16 mm) multipliziert mit der Periodendauer 50 s, also 3 Sekunden angenommen. Aus den anhängenden Grafiken lassen sich folgende Werte ablesen:

Länge [mm]	Länge [Kästchen]	t ($\pm 1,2$) [s]	s ($\pm 0,004$) [mm]
57	3,60	180	0,597
58	3,62	181	0,600
56	3,54	177	0,587

Da sich s nur durch eine Konstante v von t unterscheidet, ist der relative Fehler von t (0,67%) gleich dem relativen Fehler von s . Es ergibt sich damit: $s = (0,595 \pm 0,004)\text{mm}$

N	l [mm]	d [mm]	λ [nm]
813	1,210	0,240	590 ± 26
802	1,205	0,239	596 ± 26
801	1,195	0,237	591 ± 26
802	1,205	0,239	596 ± 26
814	1,200	0,238	584 ± 26

Die mittlere Wellenlänge der Natrium-Dampflampe lässt sich analog zum Laserlicht bestimmen. Somit erhält man einen Mittelwert von $\lambda = (591 \pm 12)$ nm. Der Fehler wurde auch hier analog zu 3.2 und 3.3 berechnen. Dies deckt sich auch mit dem Literaturwert von 586 nm.

Mit Hilfe dieser beiden Werte kann man schließlich den Wert $\Delta\lambda$ berechnen, gegeben durch die Formel

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{s}$$

$\Delta\lambda = (0,5870 \pm 0,0175)\text{nm}$. Der zugehörige Literaturwert beträgt 0,6nm. Der Fehler ergibt sich durch:

$$r_{\Delta\lambda} = \sqrt{2 \cdot r_{\lambda}^2 + r_s^2}$$

r_i bezeichne hierbei jeweils den relativen Fehler von i .

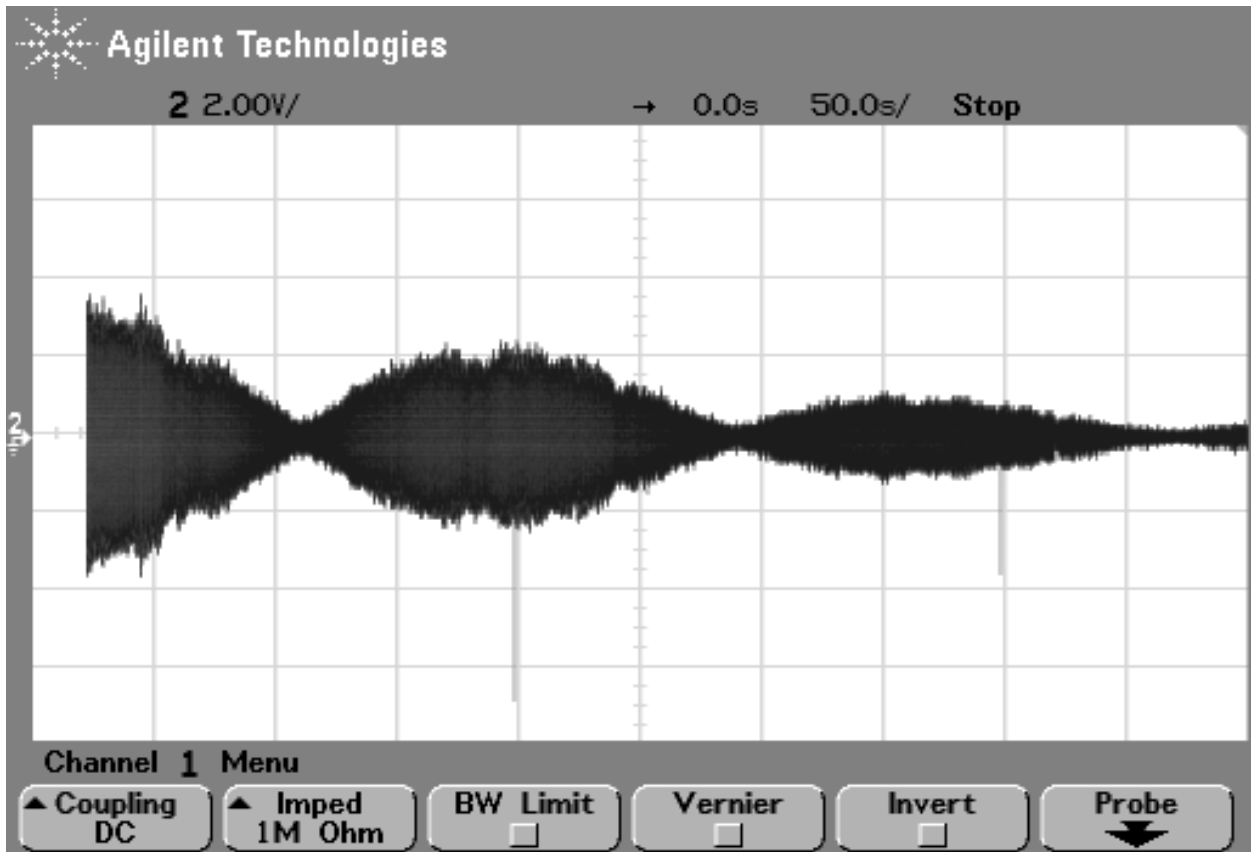


Abbildung 1: Erste und zweite Schwebungs-Messung

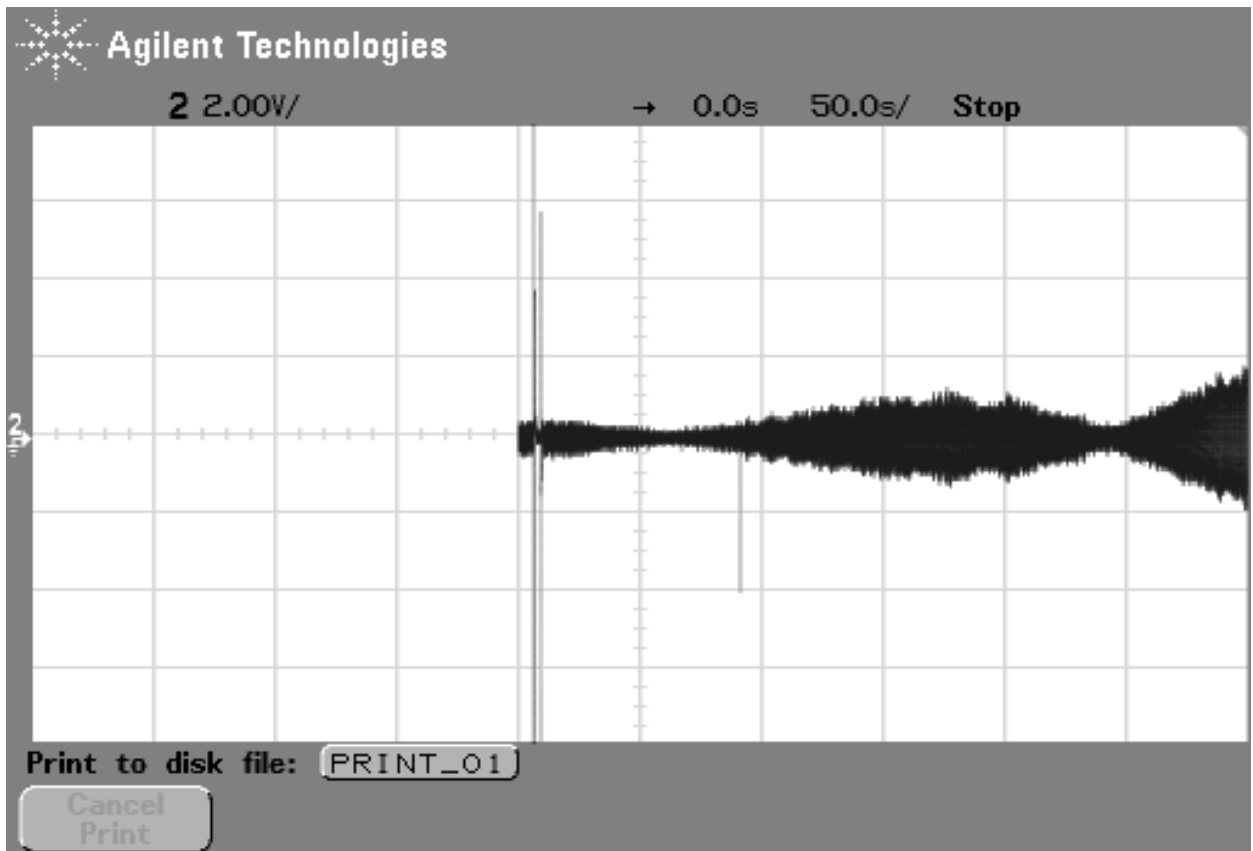


Abbildung 2: Dritte Schwebungs-Messung