

Physikalisches
Fortgeschrittenenpraktikum
Versuch 46: Faraday Effekt an Halbleitern

Sebastian Rollke

103095

webmaster@rollke.com

Daniel Brenner

105292

daniel.brenner@uni-dortmund.de

durchgeföhrt am 6. November 2006

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Theorie	5
2.1	Der Begriff der effektiven Masse	5
2.2	Zirkulare Doppelbrechung	5
2.3	Berechnung des Rotationswinkels der Ebene der Polarisierung beim Faraday-Effekt	8
3	Experimentelles Vorgehen	9
3.1	Beschreibung der im Experiment benutzten Apparatur	9
3.2	Bauteile	9
3.2.1	Interferenzfilter	9
3.2.2	Glen-Thompson-Prisma als Polarisator	12
3.3	Justierung der Apparatur	12
4	Auswertung	14
4.1	Bestimmung der Magnetfeldstärke	14
4.2	Bestimmung der effektiven Masse der Ladungsträger in GaAs	14
4.2.1	Bestimmung der Drehwinkel	14
4.2.2	Bestimmung der effektiven Masse	16
4.2.3	Fehlerbetrachtung	17

1 Einleitung

Der Faraday-Effekt ist ein von Michael Faraday entdeckter Effekt, welcher die Drehung der Polarisationssebene von Licht beim Durchgang von transparenten Medien, bei einem parallel zur Ausbreitungsrichtung angelegtem Magnetfeld. Dies war einige Jahre vor James Clerk Maxwell der experimentelle Beweis für den Zusammenhang von Licht und Magnetismus. In diesem Versuch, soll dieser Effekt ausgenutzt werden, um Informationen über die Bandstrukturen von Halbleitern zu erhalten, genauer gesagt soll die effektive Masse von Elektronen in Halbleitern ermittelt werden.

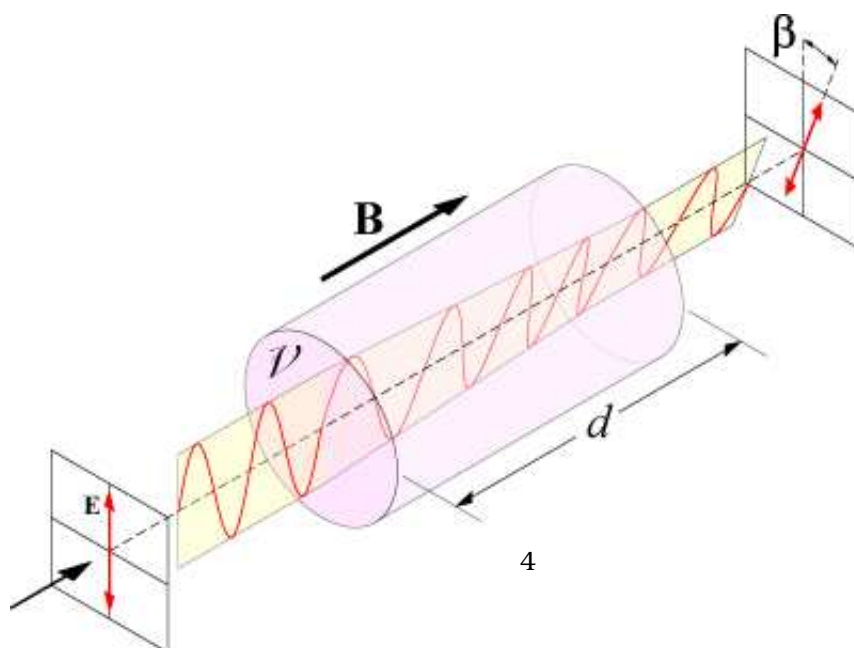


Abbildung 1.1: Schematische Darstellung des Faraday-Effekts

2 Theorie

2.1 Der Begriff der effektiven Masse

Kristalle besitzen im allgemeinen eine komplizierte Bandstruktur, doch für viele physikalische Effekte kann man näherungsweise nur das Leitungsband in der Nähe der unteren Bandkante betrachten. Nimmt man dann das Minimum des Leitungsbandes bei $k = 0$ an, mit dem Wellenzahlvektor \vec{k} , so lässt sich die Funktion ϵ der Elektronenenergie in einer Taylorreihe entwickeln und man erhält für die Symmetrien des Kristalls, welche kugelförmige Energieflächen die vereinfachte Gleichung

$$\epsilon(\vec{k}) = \epsilon(0) + \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*} \quad (2.1)$$

für die Elektronenenergie ϵ und der effektiven Masse m^* (wie in Abbildung 2.1 zu sehen).

Von entscheidendem Vorteil bei der Betrachtung der effektiven Masse ist hier, dass man die Elektronen in einem Band mit kugelförmigen Energieflächen genauso behandeln kann wie freie Teilchen. Der Einfluss des periodischen Kristallpotentials

$$V(\vec{r} + \vec{g}) = V(\vec{r}) \quad (2.2)$$

wird hierbei durch die effektive Masse berücksichtigt.

2.2 Zirkulare Doppelbrechung

Zirkulare Doppelbrechung beschreibt den Effekt eines Kristalls, die Polarisations Ebene eines linear polarisierten Lichtstrahles beim Durchgang durch das Medium zu drehen. Um dies zu begründen, zerlegt man zunächst die Welle in eine links- und rechtszirkulare Welle (vergleiche Abbildung 2.2) und nimmt an, dass diese unterschiedliche Phasengeschwindigkeiten besitzen.

Die zirkulare Doppelbrechung des Kristalls ist begründet durch elektrische Dipolmomente, die durch auf den Gitterplätzen sitzende Atome und durch Wechselwirkungen von Bandelektronen mit den Atomrümpfen erzeugt werden. Alle Dipole je Volumeneinheit ergeben eine makroskopische Polarisation \vec{P} des Kristalls, die bei nicht zu großem E-Feld \vec{E} gegeben ist durch

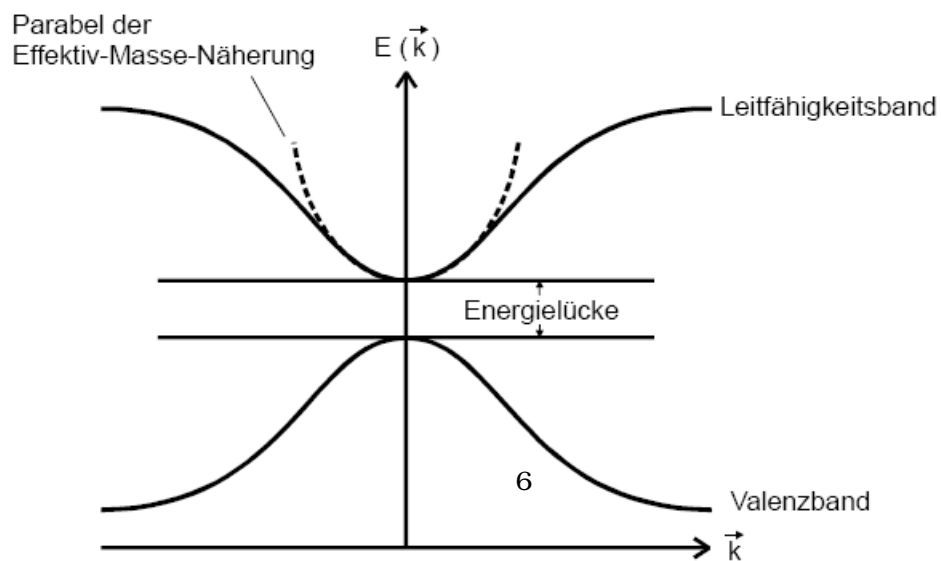


Abbildung 2.1: Vereinfachte Darstellung der Bandstruktur eines Festkörpers

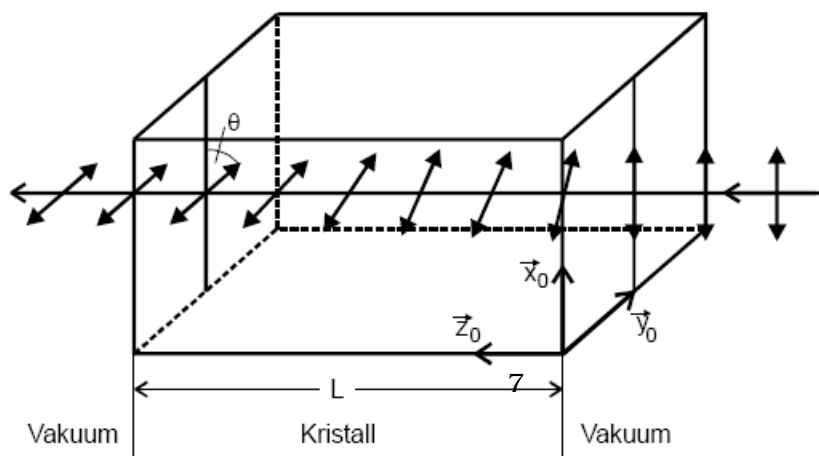


Abbildung 2.2: Drehung der Polarisationssebene einer Lichtwelle beim Durchgang durch einen Kristall

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E} \quad (2.3)$$

mit der dielektrischen Suszeptibilität χ und der Dielektrizitätskonstanten im Vakuum ϵ_0 .

2.3 Berechnung des Rotationswinkels der Ebene der Polarisierung beim Faraday-Effekt

Um die Rotation der Polarisierungsebene zu erklären, muss man dies auf zwei bekannte Effekte zurückführen. Die Landau-Niveaus ergeben primär Energielücken E nach

$$E = E_G + \left(\frac{1}{2} + n\right) \hbar \omega_c \quad (2.4)$$

mit der Grundenergie E_G , $n \in \mathbb{N}$, der Dirac'schen Konstante \hbar und der Zyklotronfrequenz ω_c , wobei durch die Auswahlregeln nur Übergänge mit $\Delta n = 0$ erlaubt sind. Sekundär spaltet nur der Zeeman-Effekt die Energieniveaus in zwei Zustände auf, und bedingt so unterschiedliche Phasengeschwindigkeiten für die rechts- und linkszirkulierende Welle.

Der Drehwinkel der Polarisierungsebene ergibt sich nach einiger Überlegung zu

$$\theta = \frac{e_0^3}{2\epsilon_0 c} \frac{1}{m^2} \frac{\omega^2}{\left(-\omega^2 + \frac{\hbar}{m}\right)^2 - \left(\frac{\epsilon_0 B \omega}{m}\right)^2} \frac{NBL}{n} \quad (2.5)$$

mit der Kreisfrequenz ω , der Zahl der Ladungsträger N pro Volumeneinheit, der Flussdichte B und der Länge der Probe L . Ersetzt man die Kreisfrequenz durch die Wellenlänge λ , ergibt sich der einfache Zusammenhang

$$\theta(\lambda) \approx \frac{2\pi^2 e_0^3 c}{\epsilon_0} \frac{1}{m^2} \frac{1}{\lambda^2 \omega_0^4} \frac{NBL}{n} \quad (2.6)$$

Für quasifreie Ladungsträger lässt man $\omega \rightarrow 0$ gehen und erhält schließlich

$$\theta_{frei} \approx \frac{e_0^3}{8\pi^2 \epsilon_0 c^3} 1 m^2 \lambda^2 \frac{NBL}{n} \quad (2.7)$$

3 Experimentelles Vorgehen

3.1 Beschreibung der im Experiment benutzten Apparatur

Zur Messung wird ein Infrarot-Messplatz benötigt, der in Abbildung 3.1 schematisch dargestellt ist:

Das infrarote Licht wird durch eine Halogen-Lampe erzeugt, durch eine Linse gebündelt und durch einen Lichtzerhacker zeitlich unterbrochen. Das Licht fällt auf ein Glen-Thompson-Prisma, welches linear polarisiertes Licht erzeugt und durch ein fest angebrachtes Goniometer in seiner Ausrichtung variabel ist. Der Lichtstrahl durchläuft anschließend die Scheibenförmige Probe, welche zwischen den Polschuhen eines großen Elektromagneten eingebracht wird. Ein Interferenzfilter monochromatisiert das Licht im Anschluss und ein zweites Glen-Thompson-Prisma zerteilt das Licht in zwei senkrecht aufeinander stehende Lichtstrahlen. Diese Lichtstrahlen werden von zwei Photowiderständen aufgenommen und erlauben so den Spannungsabfall am Widerstand proportional zur Lichtintensität zu messen. Durch Kondensatoren wird zusätzlich bewirkt, dass nur das zeitlich periodische Licht des Lichtzerhackers gemessen und etwaiges Streulicht und das Rauschen der Widerstände möglichst herausgefiltert wird. Durch einen Differenzverstärker und einen Selektivverstärker wird das Signal beider Photowiderstände nun auf einen Oszillographen gegeben und kann hier sichtbar gemacht werden.

Zur Messung des Winkels wird nun der Winkel des Goniometers so lange bei maximalem Magnetfeld variiert, bis die Spannungsdifferenz an beiden Photowiderständen möglichst verschwindet. Danach wird das Magnetfeld umgepolt und der Vorgang wiederholt. Die Differenz der beiden gemessenen Winkel gibt nun den gesuchten Drehwinkel:

$$\theta = \frac{1}{2}(\theta_1 + \theta_2). \quad (3.1)$$

3.2 Bauteile

3.2.1 Interferenzfilter

Ein Interferenzfilter wie in Abbildung 3.2 dargestellt besteht aus zwei reflektierenden Schichten die ein Dielektrikum mit dem Brechungsindex n umschließen. Durch den

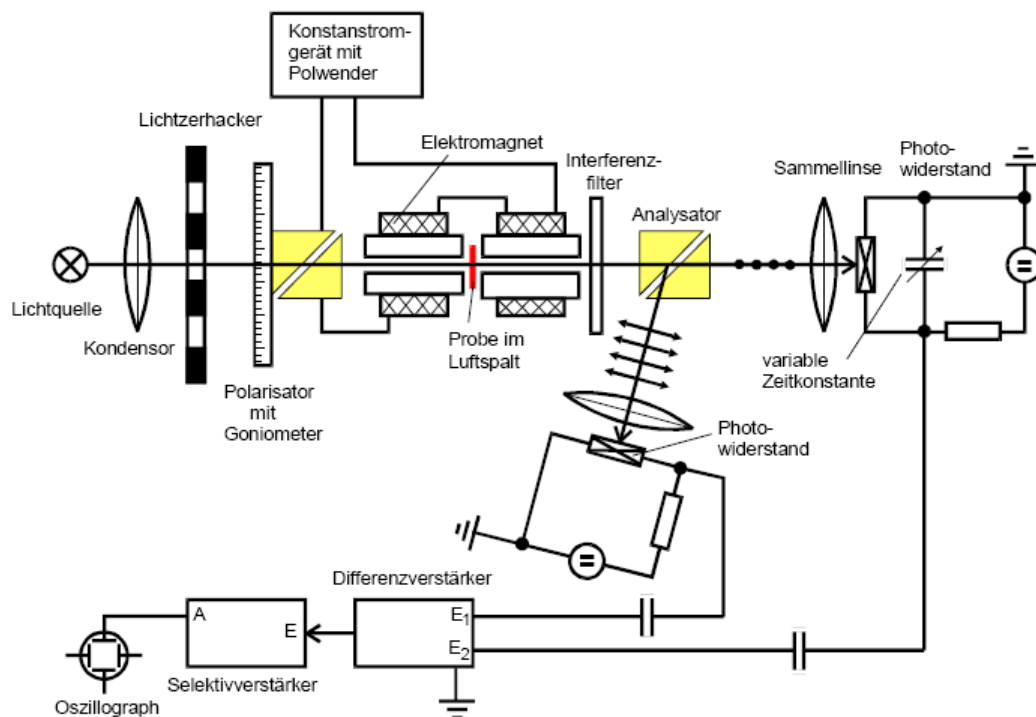


Abbildung 3.1: Schematische Darstellung der Messapparatur

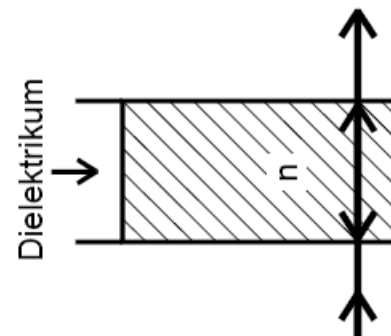


Abbildung 3.2: Querschnitt durch ein Interferenzfilter

reflexionskoeffizienten an den Schichten, wird das durchlaufende Licht mehrfach reflektiert und interferiert. Nur Wellenlängen, die der Interferenzbedingung

$$j\lambda_j = 2nd + \lambda \quad (3.2)$$

mit $j \in \mathbb{Z}$ genügen interferieren konstruktiv, alle anderen löschen sich gegenseitig aus.

3.2.2 Glan-Thompson-Prisma als Polarisator

Ein in Abbildung 3.3 schematisch dargestellter Glan-Thompson-Prisma besteht aus zwei Prismen, zwischen denen eine dünne Luftschicht vorhanden ist. Um die einfallende Welle, die in zwei senkrecht zueinander polarisierte Richtungen schwingt zu trennen, muss der ordentliche Strahl an der Grenzfläche total reflektiert werden. Dies ist der Fall, wenn

$$\frac{1}{n_o} < \sin\alpha < \frac{1}{n_{ao}}$$

für die beiden Brechungsindizes n des ordentlichen Strahles o und des außerordentlichen Strahles ao gilt. In diesem Fall läuft der außerordentliche Strahl nur noch in richtung der Polarisationsrichtung.

3.3 Justierung der Apparatur

Zunächst muss die Apparatur mit sichtbarem Licht justiert werden, um sicher zu stellen, dass die Lichtquelle mit Hilfe der Linse auf die Flächen des Photowiderstandes abgebildet wird. Als nächstes wird mit dem Differenzverstärker versucht, die Intensitäten der Photowiderstände anzupassen, und anschließend wird der Lichtzerhacker in Betrieb gesetzt und der Selektivverstärker auf eine entsprechende Frequenz eingeregelt. Als letzte Justage wird durch Variation des Polarisationsfilters versucht, das Signal des Differenzverstärkers mit eingesetzter Probe auf ein Minimum, im Optimalfall null zu regeln.

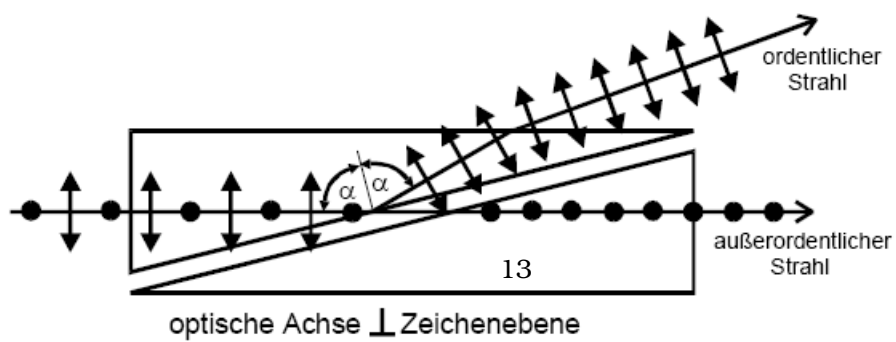


Abbildung 3.3: Schematischer Aufbau eines Glan-Thompson-Prismas

4 Auswertung

4.1 Bestimmung der Magnetfeldstärke

Mit einer Hallsonde wird die magnetische Flussdichte B vermessen. Die gemessenen Werte sind in Tabelle 4.1 dargestellt und in Abbildung 4.1 auf der nächsten Seite aufgetragen. Man erkennt in der Mitte (der Position der Probe) eine maximale Flussdichte von

$$B_0 = 457 \text{ mT} \quad (4.1)$$

die für die weiteren Berechnungen verwendet wird.

z[mm]	B[mT]	z[mm]	B[mT]
80	16	104	420
82	29	106	386
84	57	108	318
86	118	110	213
88	219	112	114
90	357	114	57
92	410	116	30
94	432	118	16
96	443	120	9
98	446		
100	445		
102	438		

Tabelle 4.1: Entfernungsabhängigkeit der magnetischen Flussdichte

4.2 Bestimmung der effektiven Masse der Ladungsträger in GaAs

4.2.1 Bestimmung der Drehwinkel

Nach dem im vorigen Kapitel beschriebenen Verfahren, bestimmt man die Drehwinkel für drei verschiedene GaAs Proben unterschiedlicher Dicke und Dotierung (vgl. 4.2 auf Seite 16).

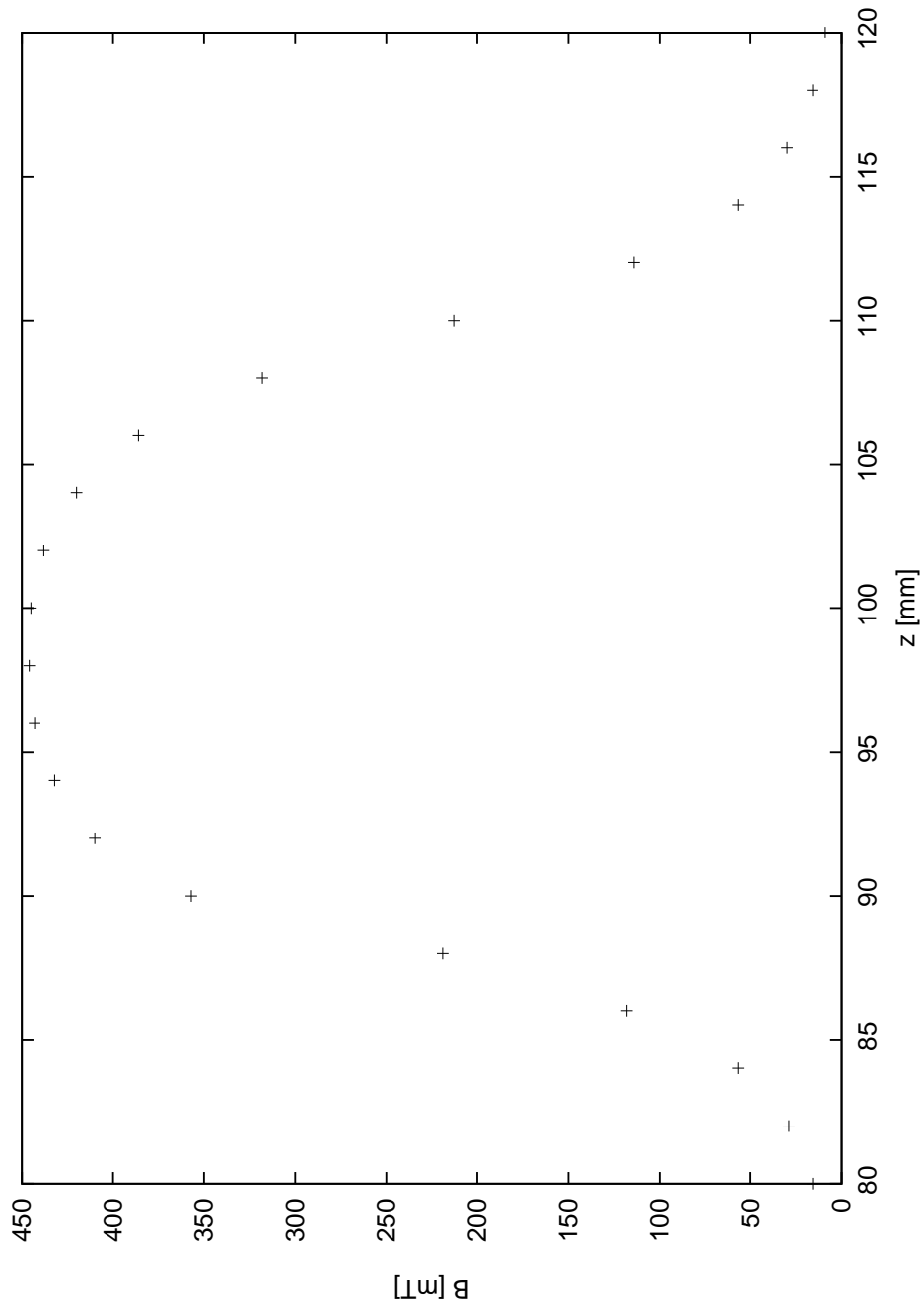


Abbildung 4.1: Entfernungabhängigkeit der magnetischen Flussdichte

Bezeichnung	Dotierung $N[1/\text{cm}^3]$	Dicke $L[\text{mm}]$
GaAs_{ud}	-	5,11
GaAs_{nd}	$1,2 \cdot 10^{18}$	1,36
GaAs_{hd}	$2,8 \cdot 10^{18}$	2,96

Tabelle 4.2: Verwendete Proben

Man bildet aus den gemessenen Drehwinkeln θ die normierten Drehwinkel θ_{norm} durch Division der gemessenen Winkel durch zwei (da zur Erhöhung der Genauigkeit jeweils der doppelt Drehwinkel gemessen wurde) und durch Division durch die Dicke der Probe in Strahlrichtung.

Die normierten Drehwinkel finden sich in Tabelle 4.3.

$\lambda[\mu\text{m}]$	$\theta_{norm}[\text{rad}/\mu\text{m}]$		
	GaAs_{hr}	GaAs_{hd}	GaAs_{nd}
1,29	30,60	22,91	40,75
1,45	23,11	26,36	36,19
1,72	16,05	22,79	14,24
1,96	0,44	7,96	30,86
2,16	11,87	3,89	58,20
2,34	4,00	43,54	128,46
2,51	3,88	8,70	1,28

Tabelle 4.3: Normierte Drehwinkel der verschiedenen Proben in Abhängigkeit der Drehwinkel

4.2.2 Bestimmung der effektiven Masse

Um die effektive Masse der Elektronen im dotierten GaAs zu bestimmen, bildet man für die beiden dotierten Proben die Differenz $\Delta\theta_{norm}$ der normierten Drehwinkel mit der undotierten Probe.

Zur Bestimmung der effektiven Masse verwendet man Gleichung 2.7 auf Seite 8.

Umgestellt ergibt sich der Zusammenhang

$$\frac{\theta}{L} = \theta_{norm} = \frac{e_0^3}{8\pi^2\epsilon_0 c^3} \cdot \frac{1}{m^{*2}} \cdot \lambda^2 \frac{NB}{n} = A \cdot \lambda^2 \quad (4.2)$$

Somit kann man durch lineare Regression den Parameter A bestimmen. Über diesen lässt sich dann die effektive Masse m^* durch

$$m^* = \sqrt{\frac{e_0^3}{8\pi^2\epsilon_0 c^3 A} \cdot \frac{NB}{n}} \quad (4.3)$$

bestimmen. Bei einer Wellenlänge von $\lambda = 1,82 \mu\text{m}$ (die auch der mittleren Wellenlänge des Versuches entspricht) ist Brechungsindex $n = 3,358^1$.

Die Werte für die Regression (θ_{norm} gegen λ^2) sind in Tabelle 4.4 zu finden. Mit einem * gekennzeichnete Messwerte wurden von der Regression ausgenommen, da sie zu großen Abweichungen führten. Der zugehörige Graph ist in Abbildung 4.2.2 auf der nächsten Seite zu finden.

Aus der Regression ergeben sich die folgenden Ergebnisse:

	GaAs_{nd}	GaAs_{hd}
A [rad/m ³]	$1,21 \cdot 10^{11}$	$1,17 \cdot 10^{13}$
m^* [kg]	$(1,72 \pm 0,23) \cdot 10^{-33}$	$(2,59 \pm 0,89) \cdot 10^{-32}$
m^*/m_e	0,029	0,002

λ^2 [μm ²]	$\Delta\theta_{norm}^{hd}$ rad/μm	$\Delta\theta_{norm}^{nd}$ rad/μm
1,66	7,70	10,14
2,10	3,25*	13,08
2,96	6,74	1,81*
3,84	7,52	30,42
4,65	7,98	46,33
5,48	39,55*	124,47*
6,30	4,82*	2,59*

Tabelle 4.4: Normierte Drehwinkel gegen quadratische Wellenlänge

Vergleicht man die gemessenen Quotienten m^*/m_e mit den Literaturwerten² ergeben sich massive Abweichungen. Zu erwarten wäre ein Verhältnis von 0,063.

Die gemessenen Werte weichen somit um 55% bzw. 97% von den Literaturwerten ab.

4.2.3 Fehlerbetrachtung

Die Ursache für die Abweichung ist sicherlich der unsensible Minimal Abgleich am Oszilloskop. Das recht stark schwankende Signal erlaubte kaum eine exakte Bestimmung der Drehwinkel. Dies erklärt die starke Abweichung einiger Drehwinkel von dem

¹<http://www.wikipedia.de/GaAs>

²<http://www.iue.tuwien.ac.at/phd/lindorfer/node28.html>

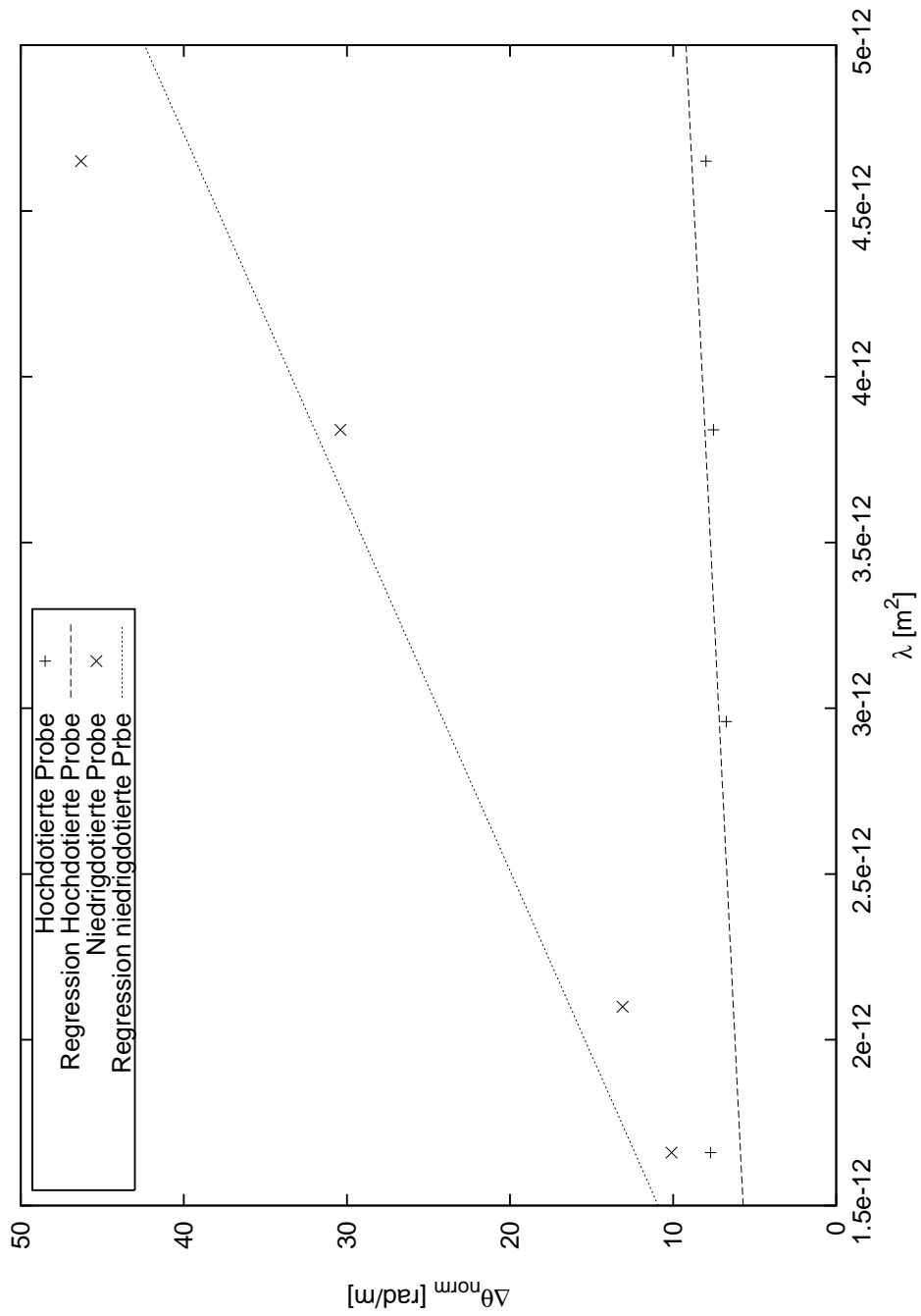


Abbildung 4.2: Lineare Regression - Normierte Drehwinkel gegen quadratische Wellenlänge

erwarteten linearen Zusammenhang zwischen λ^2 und θ . Dadurch, das pro Probe drei Messwerte von der Regression ausgenommen werden mußten, da sie offensichtlich zu stark abwichen, blieben lediglich vier Werte für die übrig. Die erklärt den großen Fehler der Ausgleichsrechnung.

Die Ursache für das stark schwankende Signal wird vermutlich in Frequenzschwankungen des Lichtzerhackers liegen, da dieser bereits während des Versuches Probleme zeigte. Auch ein Reparaturversuch war offensichtlich nicht erfolgreich. Weitere Fehlerquellen sind inhomogenitäten des Magnetfeldes sowie Intensitätsschwankungen der Halogenlampe.