

Physik III - Anfängerpraktikum- Versuch 501/2 - Korrektur

Sebastian Rollke (103095) und Daniel Brenner (105292)

21. September 2005

Inhaltsverzeichnis

1	Theorie	2
1.1	Die Kathodenstrahlröhre	2
1.2	Ablenkung im elektrischen Feld	2
1.3	Ablenkung im homogenen Magnetfeld	3
2	Durchführung	3
2.1	Ablenkung im elektrischen Feld	3
2.2	Ablenkung im homogenen Magnetfeld	4
3	Auswertung	4
3.1	Ablenkung im Elektrischen Feld	4
3.1.1	Empfindlichkeit der Kathodenröhre	4
3.1.2	Frequenz- bzw. Spannungsmessung mittels eines Oszillogra- phen	9
3.2	Ablenkung im transversalen Magnetfeld	10
3.2.1	Bestimmung der spezifischen Elektronenladung $\frac{e_0}{m_0}$	10
3.2.2	Bestimmung des lokalen Erdmagnetfeldes	12

1 Theorie

1.1 Die Kathodenstrahlröhre

Die Kathodenstrahlröhre besteht in ihren wesentlichen Bestandteilen aus einer Elektronenkanone, einem Ablenssystem und einem Nachweissystem. Diese Kathodenstrahlröhre befindet sich in einem Glaskörper der bis zu einem Restdruck von 10^{-6} mbar evakuiert ist. Kommen wir zu den drei Bauteilen im einzelnen. Die Elektronenkanone besteht zuerst aus einem zylindrischen Körper, einer sogenannten Kathode, deren Oberfläche eine geringe Elektronenaustrittsarbeit besitzt. Die Kathode wird durch einen im innern elektrisch isolierten Glühdraht erhitzt wodurch freie Elektronen erzeugt werden. Die Kathode selber ist von einem Wehnelt-Zylinder umgeben, der eine kleine Bohrung besitzt und ein negatives Potential gegenüber der Kathode besitzt und so die Intensität des Elektronenstrahls steuert. Vor dem Wehnelt-Zylinder befindet sich eine Elektrode mit einem hohen positiven Potential welche die Elektronen beschleunigt die den Wehnelt-Zylinder überwinden konnten auf eine Geschwindigkeit v_z nach dem Energiesatz:

$$\frac{m_0 v_z^2}{2} = e_0 V_B$$

Die beschleunigten Elektronen durchlaufen anschließend eine elektronische Linse, welche den Strahl mit Hilfe der inhomogenen elektrischen Felder der Elektroden abhängig von der Spannung V_C fokussiert.

Das Ablenssystem besteht aus zwei Plattenpaaren deren Normalen senkrecht aufeinander stehen. Die Ablenkung erfolgt durch die Kraft der elektrischen Felder dieser Platten auf die Elektronen.

Am Ende trifft der Strahl auf einen Leuchtschirm der auf der Röhre aufgedampft ist. Die auftreffenden Elektronen regen hier sogenannte Aktivatorzentren zur Emission von Lichtquanten an, wodurch die Position des Strahls sichtbar gemacht wird.

1.2 Ablenkung im elektrischen Feld

Die Ablenkung im elektrischen Feld erfolgt ähnlich wie bei dem Ablenssystem der Kathodenstrahlröhre zwischen zwei Kondensatorplatten. Ist der Plattenabstand hinreichend klein gegen die Plattenlänge, so kann man das elektrische Feld zwischen ihnen als homogen annehmen. Für den Winkel der Ablenkung gilt dann:

$$\theta = \frac{e_0 V_d p}{m_0 d v_{z2}}$$

für die Verschiebung des Leuchtflecks bekommt man:

$$D = \frac{p}{2d} L \frac{V_d}{V_B}$$

Da man hier sieht das die Verschiebung D proportional zur Ablenkspannung V_d ist, kann man die Kathodenstrahlröhre gut zur Spannungsmessung nutzen.

1.3 Ablenkung im homogenen Magnetfeld

Im homogenen Magnetfeld wirkt auf ein Elektron die Lorentzkraft

$$\vec{F}_L = q\vec{v} \times \vec{B}$$

In unserem Versuch wird das magnetische Feld durch eine Helmholtzpule so ausgerichtet das es senkrecht zur Geschwindigkeit \vec{v} steht. Daher bewegt sich das Elektron auf einer Kreisbahn mit dem Radius r :

$$r = \frac{m_0 v_0}{e_0 B}$$

über einfache geometrische Gleichungen ergibt sich schnell eine Abhängigkeit der Länge der Bahn und der Abweichung auf dem Schirm:

$$\frac{D}{L^2 + D^2} = \frac{1}{\sqrt{8V_B}} \sqrt{\frac{e_0}{m_0}} B$$

2 Durchführung

2.1 Ablenkung im elektrischen Feld

Zuerst überprüfen wir die Proportionalität der Ablenkspannung zur Verschiebung des Leuchtflecks. Wir wählen hierzu die Werte 180V, 250V, 300V, 400V und 500V für V_B , und variieren dann jeweils V_d so, das der Leuchtpunkt immer eine Einheit auf dem Gitter des Leuchtschirms weiterwandert (pro Einheit 0,25 Zoll)

Anschließend wird der Aufbau eines einfachen Oszillographen realisiert. Hierzu wird die X-Ablenkung von einem Sägezahn-generator gespeist wodurch der Leuchtfleck permanent von links durchs Bild läuft und beim Erreichen des Maximalwertes schlagartig wieder zurückspringt. An die Y-Ablenkung wird die zu untersuchende Sinusspannung angeschlossen. Anschließend variiert man solange die Sägezahnfrequenz V_{sa} bis sich stehende Bilder einstellen. Dies wird für die rationalen Verhältnisse 1:4, 1:2, 1:1, und 2:1 realisiert.

2.2 Ablenkung im homogenen Magnetfeld

Zu Beginn der Versuchsreihe muss die Achse des Elektronenstrahls mit Hilfe einer Kompassnadel parallel zum Magnetfeld der Erde ausgerichtet werden, um so störende Faktoren auszuschließen. Zur Messung der Ablenkung des Strahls durch das Magnetfeld der Helmholtzspule werden zwei Messungen bei jeweils konstanter Beschleunigungsspannung $V_B = 250\text{V}$ und 500V durchgeführt. Der Leuchtpunkt wird nun so eingestellt, dass er auf der obersten Linie des Leuchtschirmes bei ausgeschalteter Helmholtzspule zu sehen ist. Nun wird das Magnetfeld eingeschaltet und jeweils immer der Strom durch die Spulen solange variiert, bis jeweils die nächste Einheit auf dem Schirm erreicht ist (wieder jeweils $0,25\text{ Zoll}$).

Zur Bestimmung des Erdmagnetfeldes wird nun die Achse des Elektronenstrahls senkrecht zum Erdmagnetfeld ausgerichtet. Nun wird der Strom solange in der Helmholtzspule verändert, bis ihr Magnetfeld das der Erde kompensiert hat. Nun kann man mit Leichtigkeit die Intensität des Magnetfeldes bestimmen.

3 Auswertung

3.1 Ablenkung im Elektrischen Feld

3.1.1 Empfindlichkeit der Kathodenröhre

Wir führen die beschriebenen Messungen durch und erhielten die folgenden Messdaten. In den Diagrammen finden sich jeweils die Messpunkte sowie eine mit dem Programm Gnuplot ermittelte Ausgleichsgerade der Art $f(x) = a * x + b$.

Fehlerbetrachtung Als Fehler treten bei den hier verwendeten Messungen die Fehler der Regressionsrechnungen auf. Die linearen Regressionen erfolgen mittels des Verfahrens der kleinsten Abstandsquadrate. Somit berechnet sich die Steigung a der Regressionsgerade durch:

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})y_i}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

Und der Y-Achsenabschnitt der Regressionsgerade durch:

$$b = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i - a \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Der Fehler der Steigung der Regressionsgeraden ergibt sich durch

$$s_a = \sqrt{\frac{1}{(n-2) \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sum_{i=1}^n (y_i - ax_i - b)^2}$$

Der Fehler des Y-Achsenabschnitts ergibt sich durch:

$$s_B = s_y^2 \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2}$$

Zur Bestimmung der Parameter der Regressionsgeraden, sowie deren Fehler wird das Programm Gnuplot verwendet.

Ablenkung des Elektronenstrahls in Abhängigkeit von V_D fuer verschiedene Beschleunigungsspannungen Wir erhalten die folgenden Messwerte für die Ablenkung des Elektronenstrahls bei verschiedenen V_B .

D in m	$V_B[V]$ $V_B = 180V$	$V_D[V]$ $V_B = 250V$	$V_D[V]$ $V_B = 300V$	$V_D[V]$ $V_B = 400V$	$V_{Din}[V]$ $V_B = 450V$	$V_{Din}[V]$ $V_B = 500V$
0	14,0	19,0	22,5	30,0	31,0	36,5
0,00635	11,0	14,3	17,5	22,0	24,6	28,5
0,0127	7,3	9,5	11,5	14,5	16,8	18,5
0,01905	4,0	5,0	6,0	6,7	8,2	9,2
0,0254	0,8	-1,0	0,1	-2,0	0,5	-1,5
0,03175	-4,0	-5,8	-6,5	-9,1	-8,8	-11,0
0,0381	-7,2	-10,0	-12,0	-16,8	-17,8	-20,5
0,04445	-11,8	-15,2	-18,0	-24,0	-26,5	-30,0
0,0508	-14,5	-20,0	-24,0	-31,8	-34,0	-35,0

Tabelle 1: Ablenkung in Abhängigkeit der Beschleunigungsspannung

Die folgende Tabelle zeigt nun noch einmal die Empfindlichkeiten für die verschiedenen Beschleunigungsspannungen, sowie den Fehler dieser (siehe auch Diagramm).

V_B	Empfindlichkeit	Fehler
180	-0,0017323	$\pm 3, 24 \cdot 10^{-5}$
200	-0,00129377	$\pm 1, 23 \cdot 10^{-5}$
300	-0,00108186	$\pm 9, 04 \cdot 10^{-6}$
400	-0,000818409	$\pm 5, 44 \cdot 10^{-6}$
450	-0,000731119	$\pm 1, 10 \cdot 10^{-5}$
500	-0,000649467	$\pm 1, 41 \cdot 10^{-5}$

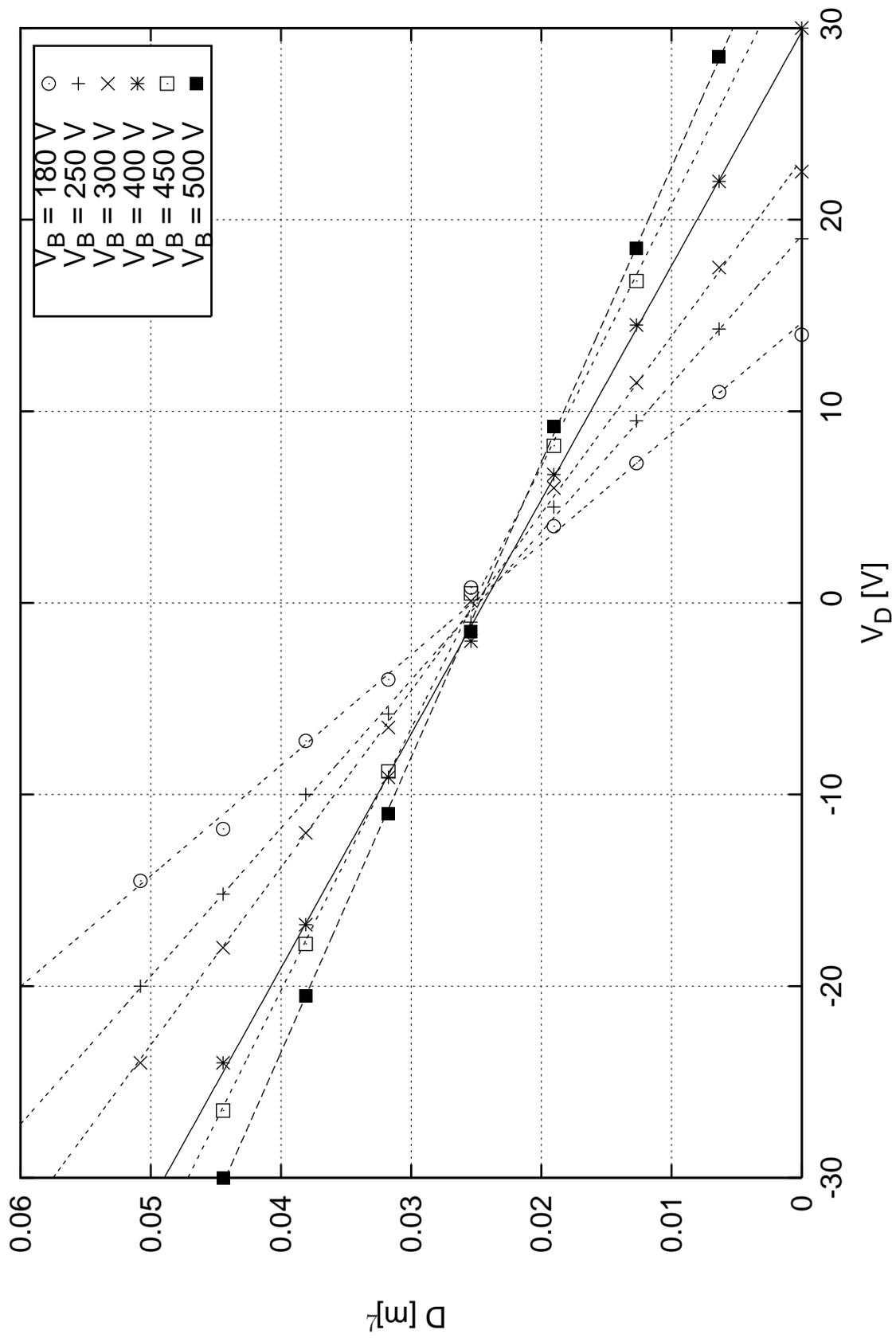
Tabelle 2: Empfindlichkeit in Abhängigkeit der Beschleunigungsspannung

Die Regressionskoeffizienten ergaben sich durch Ausgleichsrechnung mit dem Programm OpenCalc.

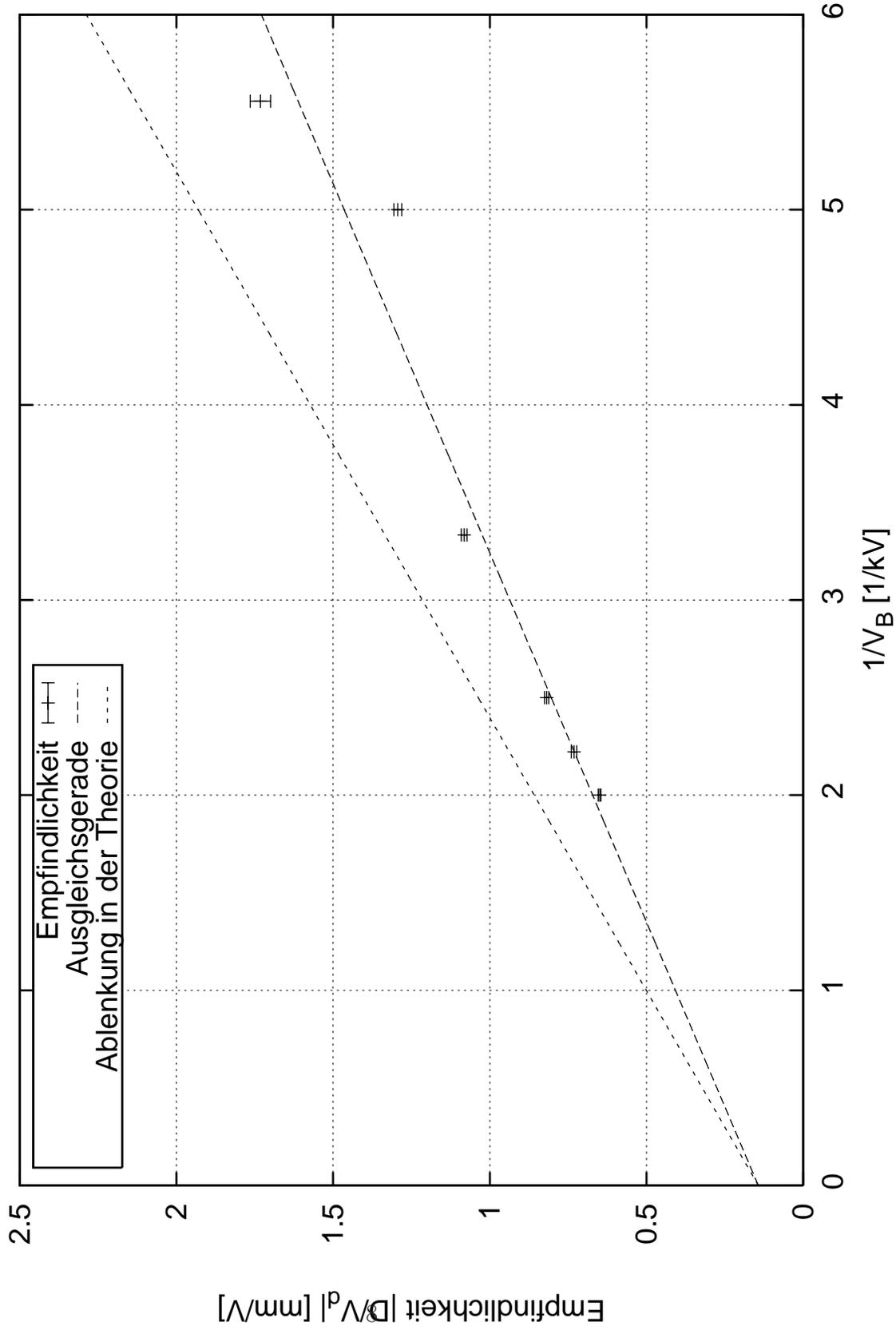
Es treten lediglich kleine Fehler auf, jedoch erkennt man eine deutliche Abweichung zwischen der theoretischen Ablenkung errechnet durch: $\frac{pL}{2d}$ (siehe Diagramm). Wir erhalten $\frac{pL}{2d} = 0, 36m$. Hierbei ist L der Abstand zum Leuchtschirm, p die Länge des Ablenkkondensators und d dessen Plattenabstand. Da für diese Werte keinerlei Fehler angegeben sind, können wir auch über den Fehler des daraus ermittelten Ergebnisses keine Aussage treffen.

Experimentell ermittelten wir den Wert (Steigung der Regressionsgeraden) $a =$

Ablenkung in Abhängigkeit von V_D bei verschiedenen V_B



Empfindlichkeit in Abhaengigkeit der Beschleunigungsspannung V_B



$0,293 \pm 0,004m$. Es besteht somit eine recht große Differenz zwischen dem theoretischen Wert und dem experimentell bestimmten.

Dies lässt sich dadurch erklären, daß die Ablenkplatten keineswegs der Idealisierung perfekter Plattenkondensatoren entsprechen (siehe Aufbau der Kathodenstrahlröhre). Sondern am Ende weiter voneinander entfernt sind als am Anfang. Da das elektrische Feld im inneren eines Plattenkondensators umgekehrt proportional zu deren Abstand ist, erfahren die Elektronen im hinteren Teil des Kondensators eine geringere ablenkende Kraft, was dazu führt das die Ablenkung geringer ausfällt als wenn die Platten an jeder Stelle den gleichen Abstand hätten. Zudem könnten evtl. äußere elektromagnetische Felder die Messung verfälschen.

3.1.2 Frequenz- bzw. Spannungsmessung mittels eines Oszillographen

Wir erhielten folgende Daten durch die Messungen: Wir erhalten durch das arith-

ν_{sa} [Hz]	Verhaeltnis $\frac{\nu_{sa}}{\nu_{si}}$	ν_{si} [Hz]
19,91	0,25	79,64
40,01	0,5	80,02
79,62	1	79,62
159,22	2	79,61

Tabelle 3: Frequenzmessung am Oszillator

metische Mittel der Messwerte somit eine Frequenz von $79,72 \pm 0,094$ Hz. Dies liegt sehr nahe am spezifizierten Frequenzspektrum des Sinusgenerators von 80 - 90 Hz und ist somit durchaus plausibel.

Der Fehler der einzelnen Messwerte ergibt sich dabei durch die Standardabweichung σ der Stichprobe nach

$$\sigma := \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

Aus diesem ergibt sich dann auch die Standardabweichung des arithmetischen Mittels nach

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (1)$$

Die Amplitude der Sinusspannung errechnet sich durch die maximale gemessene Auslenkung D von $0,066$ m und der gemessenen Empfindlichkeit der Röhre D/V_D

bei einer Beschleunigungsspannung von 450 V.
 Durch Umstellen der Gleichung erhalten wir dann:

$$\frac{D}{\text{Empfindlichkeit}} = V_D$$

Und erhalten somit eine Ablenkspannung (Amplitude des Sinus) von $86,71V \pm 1,03V$. Dabei ergibt sich der Fehler nach Gauß'scher Fehlerfortpflanzung durch:

$$\sigma_V = \left| \frac{D}{\text{Empf}^2} \cdot \sigma_{\text{Empf}} \right|$$

3.2 Ablenkung im transversalen Magnetfeld

3.2.1 Bestimmung der spezifischen Elektronenladung $\frac{e_0}{m_0}$

Wir erhalten fuer die Beschleunigungsspannungen 250 V und 500 V die folgenden Messergebnisse. Das Magnetfeld berechnet sich aus der gemessenen Stromstärke nach der Formel:

$$B = \mu_0 \frac{8}{\sqrt{125}} \frac{NI}{R}$$

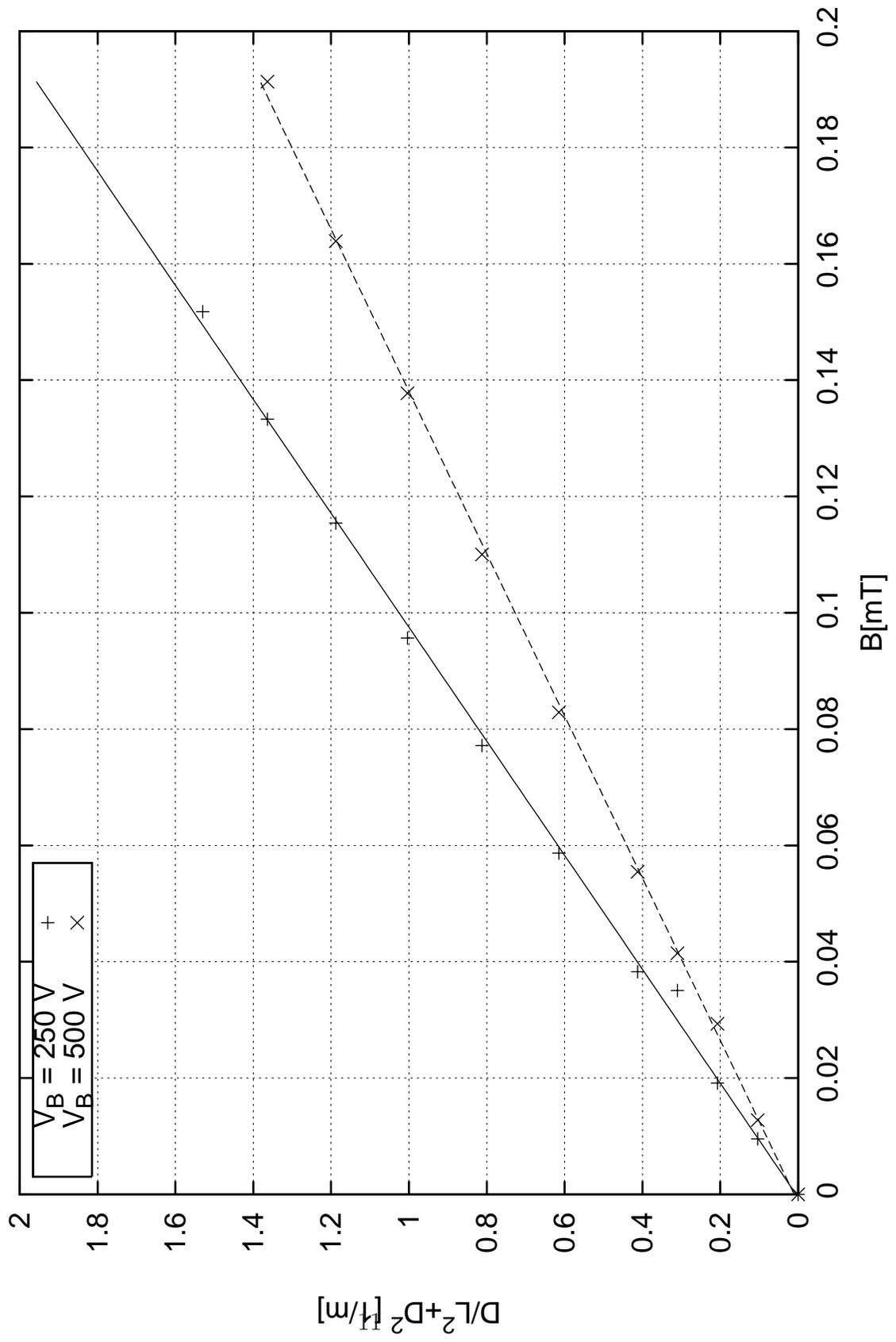
Mit der Windungszahl $N = 20$, dem Radius $R = 0,282\text{m}$, sowie der magnetischen Feldkonstante $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{H/m}$.

$\frac{D}{D^2+L^2}$ in 1/m	$I[A]$ $V_B = 250V$	$B[\mu T]$ $V_B = 250V$	$I[A]$ $V_B = 500V$	$B[\mu T]$ $V_B = 500V$
0	0	0	0	0
0,104	0,15	9,566	0,20	12,754
0,207	0,30	19,131	0,46	29,335
0,310	0,55	35,074	0,65	41,451
0,413	0,60	38,263	0,87	55,481
0,615	0,92	58,67	1,30	82,903
0,812	1,21	77,163	1,73	110,006
1,004	1,50	95,657	2,16	137,746
1,188	1,81	115,426	2,57	163,892
1,363	2,09	133,282	3,00	191,314
1,530	2,38	151,776	-	-

Tabelle 4: Ablenkung in Abhängigkeit der Magnetfeldstärke

Mit D der Ablenkung in Metern und L als Abstand zum Leuchtschirm.
 Daraus ergibt sich dann das nachfolgende Diagramm.

Ablenkung und Abhaengigkeit der Magnetfeldstaerke



Mit den folgenden Parametern fuer die in dem Diagramm verwendeten Ausgleichsgeraden der Form $f(x) = a \cdot x + b$. Die Fehler ergaben sich durch die bereits bei den vorigen Ausgleichsrechnungen angegebenen Formeln, berechnet durch das Programm Gnuplot.

V_B	Parameter a
250	$14767,5 \cdot \pm 252,0$
500	$10453,67 \pm 122,7$

Tabelle 5: Parameter der Ausgleichsgeraden

Aus der Gleichung

$$\frac{D}{L^2 + D^2} = \frac{1}{\sqrt{8V_B}} \sqrt{\frac{e_0}{m_0}} B$$

ergibt sich:

$$\frac{e_0}{m_0} = \left[\frac{D}{L^2 + D^2} \left(\frac{\sqrt{8V_B}}{B} \right) \right]^2$$

Nun kennen wir allerdings schon den Zusammenhang zwischen den Größen $\frac{D}{L^2 + D^2}$ und B. Der Quotient der beiden ist nämlich gerade der durch die Regression ermittelte Proportionalitätsfaktor a.

Damit vereinfacht sich die Gleichung zu:

$$\frac{e_0}{m_0} = 8 \cdot V_B \cdot a^2$$

Wir erhalten somit (durch einsetzen) zwei Werte für die spez. Elektronenladung. Einmal $2,08 \cdot 10^{11}$ C/kg und $2,06 \cdot 10^{11}$ C/kg. Der relative Fehler der spez. Elektronenladung ist dabei gleich dem doppelten relativen Fehler der jeweiligen Ausgleichsrechnung, also 2,76% (bei 250 V) bzw. 1,56 % (bei 500 V).

Verglichen mit dem Literaturwert (ermittelt aus m_e/q_e , entnommen aus "Kuchling - Taschenbuch der Physik") von $\approx 1,759 \cdot 10^{11}$ C/kg stellt man eine recht gute Übereinstimmung feststellen.

3.2.2 Bestimmung des lokalen Erdmagnetfeldes

Zunächst bestimmen wir mittels eines Deklinatorium-Inklinatoriums den Inklinationwinkel ϕ des Erdmagnetfeldes zu 78° .

Aus dem Sulenstrom I_{hor} läßt sich nun das Magnetfeld B_{tot} bestimmen, daß durch die Spule erzeugt wird.

Um das Feld B_{hor} zu bestimmen, daß letztendlich das Erdmagnetfeld kompensiert, teilen wir das B_{tot} durch $\cos \phi$. Aus dem durch die Spule fließenden Strom

von $I = 0,22A$ erhalten wir dann ein Magnetfeld $B_{tot} = 14,03\mu T$ nach der weiter oben bereits angegebenen Gleichung.

Um nun den horizontalen Anteil des Feldes zu ermitteln, dividieren wir das B_{tot} durch den Cosinus des Inklinationswinkels.

$$B_{hor} = \frac{B_{tot}}{\cos(78)} = -16,36\mu T$$

Das negative Vorzeichen erklärt sich dadurch, daß das erzeugte Feld natürlich dem Erdfeld entgegengesetzt gerichtet ist, da es dieses ja kompensiert. Streng genommen ergibt sich das Erdmagnetfeld dann zu $|B_{hor}| = 16,36\mu T$.

Zufällige Fehler können sich bei der Bestimmung des Inklinationswinkels bzw. beim ablesen der Stromstärke ergeben, diese sollten jedoch ebenfalls sehr gering ausfallen genau wie evtl. Toleranzen der Messgeräte bzw. Fertigungstoleranzen z.B. der Helmholzspule.

Systematische Fehler können durch eine Vielzahl von elektromagnetischen Feldern entstehen, die natürlich das Labor durchsetzen.

Wir führten zwei Messungen durch, wobei wir bei beiden einen Strom von $0,22 A$ benötigten um das Erdmagnetfeld zu kompensieren. Somit erhalten wir bei beiden das gleiche Ergebnis.

Ergebnisdiskussion Die ermittelte Stärke des Erdmagnetfeldes liegt ca. um den Faktor $1/2$ unter dem zu erwartenden Wert von mindestens $30 \mu T$. Der Wert sollte zwischen 30 und $60 \mu T$ liegen.

Was doch auf einen wie auch immer gearteten (wahrscheinlich systematischen) Fehler hindeutet, den wir jedoch nicht genauer identifizieren können.