

Physik III - Anfängerpraktikum- Versuch 701/705

Sebastian Rollke (103095) und Daniel Brenner (105292)

21. September 2005

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung und Zielsetzung	2
2	Theorie	2
2.1	Eigenschaften des radioaktiven Zerfalls	2
2.2	Der α -Zerfall	3
2.3	Wechselwirkung von α -Strahlung mit Materie	4
3	Durchführung	5
3.1	Messung von radioaktiven Zerfällen	5
3.2	Messung der Reichweite D	6
4	Auswertung	7
4.1	Fehlerbetrachtung	7
4.2	Statistik des radioaktiven Zerfalls	7
4.2.1	Überprüfung der Voraussetzungen	7
4.2.2	Experiment	8
4.2.3	Überprüfung mittels χ^2 -test	11
4.2.4	Fehlerbetrachtung	11
4.3	Reichweite von α -Strahlung in Luft	11
4.3.1	Strom-Spannungcharakteristik der Ionisationskammer	11
4.3.2	Reichweite von α -Strahlung in Luft	11
4.4	Fehlerbetrachtung	17

1 Einleitung und Zielsetzung

Die beiden vorliegenden Experimente beschäftigen sich mit radioaktiven Zerfällen. Zum einen soll der statistische Charakter des Zerfalls untersucht und anschließend mit theoretischen Werten verglichen werden. Außerdem wird die Reichweite von Alpha-Strahlung in Luft gemessen werden, aus der sich die Energie der Strahlung ableiten lässt.

2 Theorie

2.1 Eigenschaften des radioaktiven Zerfalls

Der Zerfall instabiler Teilchen lässt sich nur durch statistische Erhebungen ausdrücken, Bei einem einzelnen Teilchen lässt sich nicht bestimmen, zu welchem Zeitpunkt es zerfällt. Bei einer sehr großen Zahl von Teilchen hingegen lässt sich die Wahrscheinlichkeit des Zerfalls sehr genau bestimmen, welche für eine unendlich große Zahl von Teilchen gegen eins strebt. Allerdings wird durch den statistischen Charakter auch die Auswertung auf Abweichungen von der Theorie stoßen, was allerdings auch durch einen systematischen Fehler oder Messungenauigkeiten bedingt sein kann.

Ein die Wahrscheinlichkeit dW für den Zerfall wächst somit also abhängig mit dem Beobachtungszeitraum dt

$$dW = \lambda dt \quad (1)$$

wobei λ die sogenannte Zerfallskonstante des Nuklid oder Elementarteilchens darstellt. Auch stellt man hier fest, das der Zerfall nicht abhängig vom Zeitpunkt ist, woraus direkt folgt das instabile Teilchen keinem Alterungsprozess unterliegen, sondern nur vorhanden oder zerfallen sind. Weiter ist die Zahl dN der zerfallenen Teilchen abhängig von der Gesamtzahl N der vorhandenen Teilchen und der Wahrscheinlichkeit, daraus folgt nun:

$$\begin{aligned} dN &= -N dW \\ dN &= -\lambda N dt \end{aligned} \quad (2)$$

Die Gleichung (2) bezeichnet man als das radioaktive Zerfallsgesetz. Da nun N sehr groß sein soll, lässt sich (2) näherungsweise integrieren:

$$N(t) = N(0)e^{-\lambda t} \quad (3)$$

wobei $N(t)$ die Zahl der zum Zeitpunkt t und 0 noch nicht zerfallenen Teilchen beschreibt. Im experimentellen zeigt sich nun, dass Gleichung (2) nur für so große Mengen von Teilchen konstant ist, wo $\Delta N \ll N$ ist, bei Einzelmessungen jedoch Schwankungen unterworfen ist.

Die Wahrscheinlichkeit p des Ergebnisses ΔN lässt sich nun mit der sogenannten Poisson-Verteilung beschreiben. Ist die Wahrscheinlichkeit sehr klein, die Zahl der instabilen Teilchen jedoch groß genug das N nahezu konstant bleibt, so gilt mit $k := \Delta N$

$$P_{pN}(k) = e^{-pN} \frac{(pN)^k}{k!} \quad (4)$$

$\bar{k} := pN$ stellt hierbei die mittlere Ergebnisrate des Teilchenzerfalls dar. Da weiter die Wahrscheinlichkeit p dem Verhältnis $\Delta N/N$ entspricht, folgt aus (2):

$$\bar{k} = \lambda N \Delta t \quad (5)$$

2.2 Der α -Zerfall

Der sogenannte α -Zerfall beschreibt die spontane Emission eines Helium Kerns und somit von 2 Protonen und 2 Neutronen aus einem instabilen Kern. Er wird allgemein Beschrieben durch



Nach dem Zerfall wird das Teilchen aus dem Kern heraus beschleunigt, jedoch muß es durch eine in kurzen Entfernungen (einige fm) vorhandene sehr hohe Potentialbarriere, bedingt durch die starke Kernkraft, "anlaufen".

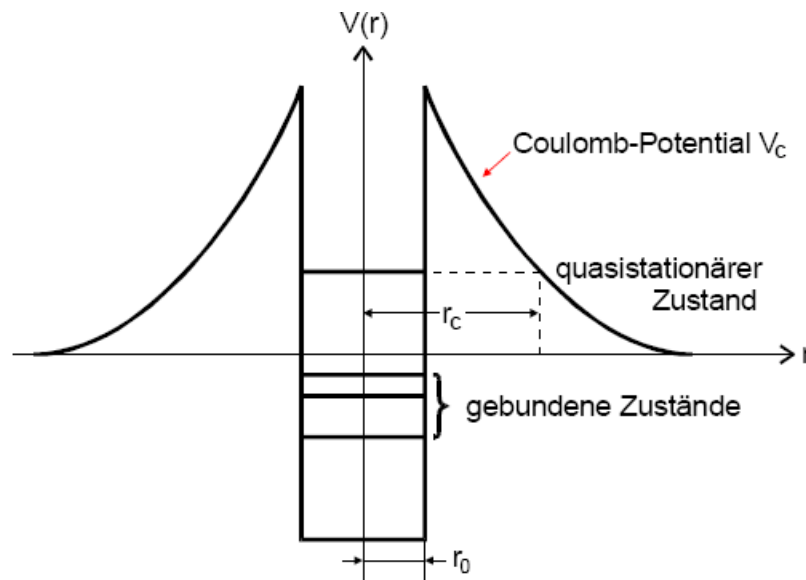


Abbildung 1: Vereinfachter Verlauf des Kernpotentials in einer Dimension (nicht maßstäblich)

In Abbildung 1 ist der Verlauf des Kernpotentials skizziert, hierbei entspricht r_0 dem Kernradius, der in Metern mit der Massenzahl m gegeben ist durch:

$$r_0 \cong 1,5 \cdot 10^{-15} \sqrt[3]{mm} \quad (7)$$

Nach den Vorstellungen der klassischen Physik kann nun das α -Teilchen nur den Kern verlassen, wenn seine Energie größer ist als die der Potentialbarriere. Man beobachtet jedoch, dass die Energien sämtlicher α -Strahler weitaus geringer ist als die benötigte Energie. Die Lösung dieses Problems liegt im sogenannten Tunneleffekt, nach dem mit einer endlichen Wahrscheinlichkeit W_T ein Teilchen die Barriere durchdringen kann.

Für ein Kastenpotential bekommen wir für eine kleine de-Broglie-Wellenlänge gegen die Potentialbreite d die Gleichung

$$W_T \approx \exp\left(-\frac{2d}{\hbar}\sqrt{2m_\alpha(V_0 - E)}\right) \quad (8)$$

mit dem Planckschen Wirkungsquantum \hbar , der Masse des α -Teilchens m_α , der Energie des α -Teilchens E und der Potentialhöhe V_0 . Sofort erkennt man, dass die Wahrscheinlichkeit des tunnelns exponentiell mit der Barrierenbreite abnimmt. Da in der Realität aber keine Kastenpotentiale vorliegen, sondern näherungsweise die Gestalt des Potentials aus Abbildung 1 besitzen, lässt sich das Potential $V(r)$ in infinitesimal kleine Kastenpotentiale zerlegen. Die Summe dieser Wahrscheinlichkeiten wird im Grenzfall, dass d gegen null strebt, zu

$$W_T \approx \exp\left(-\frac{2}{\hbar}\int_{r_0}^r \sqrt{2m_\alpha(V(r') - E)}dr'\right) \quad (9)$$

wobei $r-r_0$ die Tunnellänge bezeichnet. Weiterhin müssen noch ein drehimpulsabhängiger Zentrifugalbarriere-term (vgl. Versuchsanleitung S.247) oder die Bildungs- und Stoßwahrscheinlichkeit im Kern berücksichtigen, doch sind die hierdurch erfahrenen Abweichungen vernachlässigbar klein.

2.3 Wechselwirkung von α -Strahlung mit Materie

Emmitierte α -Teilchen unterliegen mit nur geringer Wahrscheinlichkeit großer Richtungsänderungen und bewegen sich somit im wesentlichen gradlinig durch Materie und verlieren bei Streunung nur vernachlässigbar kleine Energiemengen. Da die Teilchen aber ein eigenes Coulomb-Feld besitzen, sind sie in der Lage aus Atomen in der Umgebung Elektronen zu entfernen und größenordnungsmäßig 10^5 Elektronen-Ionenpaare zu erzeugen. Durch die sehr genau definierte mittlere Ionen-Energie und den quasi gradlinigen Weg besitzen sie eine annähernd einheitliche Reichweite D . Die mittlere Reichweite ist definiert über ihre Beziehung zur Energie des Teilchens durch das Geigersche Reichweiten-Gesetz

$$D = 0,32E^{\frac{3}{2}} \quad \left(D \text{ in cm, } E \text{ in MeV, Einheit der Konstanten } \frac{\text{cm}}{\text{MeV}^{3/2}}\right) \quad (10)$$

Diese Reichweite wiederum unterliegt auch wieder Schwankungen, bedingt durch die statistische Verteilung der Gasmoleküle im Raum.

3 Durchführung

3.1 Messung von radioaktiven Zerfällen

Zur Durchführung der Messung, wird aufgrund der hohen Anzahl von Messwerten eine automatische Apparatur genutzt. Der Versuchsaufbau ist in Abbildung 2 skizziert.

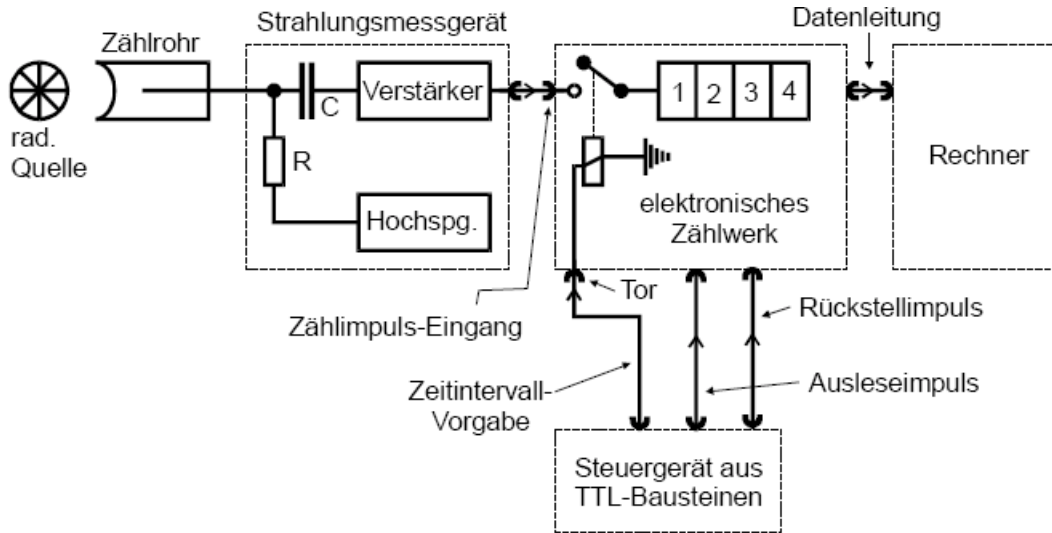


Abbildung 2: Schematische Darstellung der Messapparatur

Hierbei werden die Zerfälle von der radioaktiven Quelle von dem Geiger-Müller-Zählrohr erfasst und verstärkt als Impulse ausgegeben. Die Impulse werden von einem elektronischen Zählwerk erfasst, das durch eine selbstgesteckte Schaltung aus TTL-Bausteinen gesteuert wird. In Abständen von einer Sekunde wird nun durch die Schaltung der gezählte Wert an den Computer übergeben und zurückgestellt.

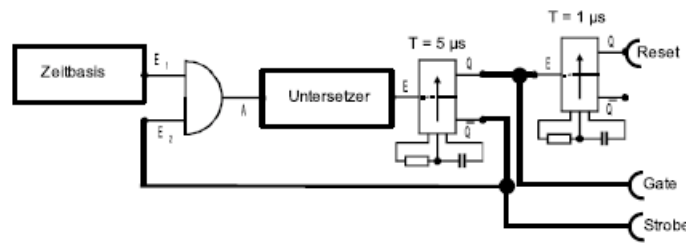


Abbildung 3: Schaltung des Steuergerätes aus TTL-Bausteinen

Die noch benötigte Schaltung aus TTL-Bausteinen ist in Abbildung 3 aufgezeigt. Hierbei gelangt das eingehende Signal der Zeitbasis durch ein UND-Gatter und den Untersetzter auf die monostabile Kippstufe. Am Ende der voreingestellten Messperiode kippt der Pegel an der monostabilen Kippstufe von H auf L und gibt somit am \overline{Q} -Ausgang ein L Potential an den Eingang

”Strobe”. Da nur dann Impulse gezählt werden wenn am ”Strobe”-Eingang ein H Potential anliegt, stoppt die Zählung. Gleichzeitig wird am Q-Ausgang der monostabilen Kippstufe ein H Potential ausgegeben, welches zum einen an den Eingang ”Gate” ausgegeben wird, welcher bei einem Wechsel auf H die Messung an den Computer weitergibt. Außerdem geht das H Potential an die zweite monostabile Kippstufe und nach einer kurzen Zeit ($5\mu s$) wechselt das Potential an der ersten Kippstufe wieder von H auf L, wodurch die zweite Kippstufe ebenfalls wieder von H auf L schaltet und am Q-Ausgang ein H Potential an den ”Reset” Eingang ausgibt. Dies veranlasst das löschen des Zählerstandes.

Die Messreihe wird nun vom Computer für 1000 Messungen je einer Sekunde erfasst und in einer Datei ausgegeben.

3.2 Messung der Reichweite D

Um α -Strahlung zu messen, nutzt man die ionisierende Wirkung mit Hilfe der sogenannten Ionisationskammer. Diese ist im wesentlichen ein gasbefüllter Kondensator in dem die Strahlungsquelle eingebracht ist. Dargestellt ist dieser Aufbau ist Abbildung 4.

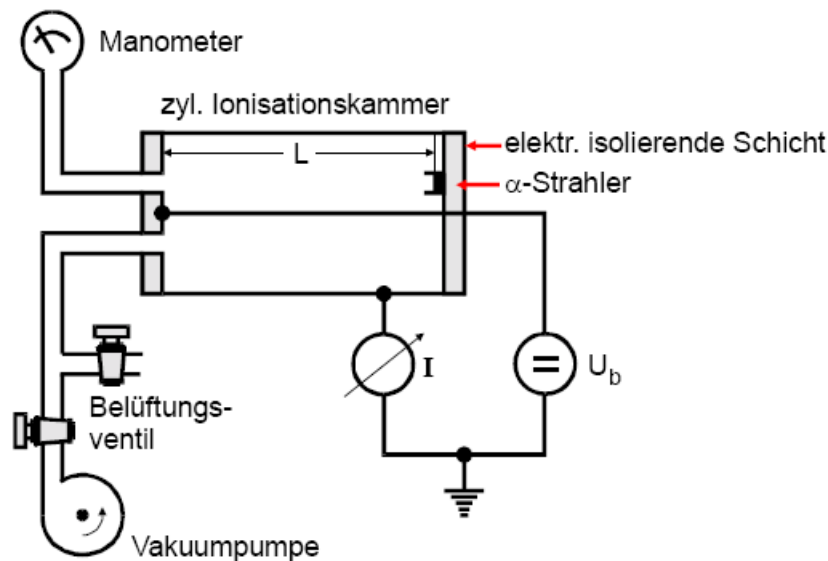


Abbildung 4: Schematische Darstellung der hier verwendeten Messapparatur

An den Kondensatorplatten liegt eine Gleichspannung U_b an, und ein empfindliches Amperemeter ist ebenso in den Stromkreis eingebaut. Die durch die α -Teilchen freigesetzten Elektronen und Ionen werden nun durch das elektrische Feld zur Anode oder Kathode hin beschleunigt und verursachen so einen Gleichstrom I . Nun ist bei niedrigen Feldstärken die Wahrscheinlichkeit von Zusammenstößen der Elektronen und Ionen durch thermische Bewegungen recht groß. Dadurch rekombinieren diese wieder und gehen für eine Strommessung verloren. Vergrößert man nun die Beschleunigungsspannung, vermindert sich die Rekombinationsrate so weit, bis der Ionisationsstrom unabhängig von der Beschleunigungsspannung wird. Bei der Durchführung selber nutzt man diesen Effekt aus, um die für die Messung der Reichweite geeignete Beschleunigungsspannung zu finden.

Die Reichweitenmessung schließlich findet ebenfalls in dieser Ionisationskammer statt, da ein

einfaches variieren nicht möglich ist, da es nicht gelingt ein paralleles Strahlenbündel zu erzeugen und der Abstand zwischen Quelle und Ionisationskammer schwer zu definieren ist. Daher misst man den Ionisationsstrom in Abhängigkeit vom Luftdruck p in der Kammer. Da der spezifische Energieverlust pro Weglänge proportional zur Zahl der Moleküle pro Volumeneinheit ist, gilt

$$\frac{dE}{dx} \sim \rho, \quad \text{mit } \rho = p \frac{M}{RT} \Rightarrow \frac{dE}{dx} \sim p \quad (11)$$

(R = allgemeine Gaskonstante, M = Molekularewicht, T = Temperatur)

Nun macht man sich zu nutze, das die α -Teilchen ihre Energie durch Ionisation verlieren. Steigert man also nun den Druck, so finden immer mehr Ionisationsprozesse durch die steigende Dichte von Gasmolekülen statt und der gemessene Ionisationsstrom nimmt stetig zu. Erreicht man allerdings den Druck, bei dem die gesamte Energie abgegeben wird, bleibt der Strom konstant. Durch Extrapolation der entstehenden Kurve durch Aufzeichnen von Druck gegen Strom lässt sich nun der Punkt ermitteln, bei dem die Reichweite der α -Strahlung genau der Kammerlänge L entspricht. Für die Reichweite D gilt nun eine umgekehrte Proportionalität zur Dichte. Beim ermittelten Druck p' mit der Temperatur T gilt nun abhängig von den Normalbedingungen (p_0, T_0)

$$D_0 = \frac{\rho}{\rho_0} L = \frac{p' T_0}{p_0 T} L \quad (12)$$

4 Auswertung

4.1 Fehlerbetrachtung

Wir verwenden die folgenden Gleichungen für die Berechnung der Fehler: Der relative Fehler r der Messgröße x ergibt sich nach

$$r_x = \frac{s_x}{x} \quad \text{mit dem absoluten Fehler } s_x$$

Für die Fehlerfortpflanzung bei Größen, die sich als reines Produkt fehlerbehafteter Größen ergeben gilt

$$r_x^2 = \sqrt{r_{x1}^2 + r_{x2}^2 + \dots}$$

Sollte eine der Größen mit einer Potenz y in die errechnete Größe eingehen, so wird diese als konstanter Faktor mit dem relativen Fehler multipliziert.

Für Größen die sich sowohl als Produkt und Summe ergeben verwenden wir die Gauß'sche Fehlerfortpflanzung. Die entsprechende Gleichung wird dann angegeben.

Für Regressionsrechnungen wird die Methode der kleinsten Abstandsquadrate verwendet. Die Rechnungen wurden mit dem Programm Gnuplot ausgeführt.

4.2 Statistik des radioaktiven Zerfalls

4.2.1 Überprüfung der Voraussetzungen

Zunächst überprüft man, ob überhaupt die Voraussetzungen für eine Analyse des Zerfalls gegeben sind. Dazu muß man sicherstellen, daß sich die Anzahl der vorhandenen Kerne nur unwesentlich ändert.

Wir verwenden eine Probe des Elements ^{226}Ra mit einer Aktivität $A = 110\text{kBq}$ und einer

Halbwertszeit $T_{1/2} = 1600a$.

Es gilt

$$A = N_0 \cdot \lambda \Rightarrow N_0 = \frac{A}{\lambda}$$

und

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$$

Somit erhalten wir eine Anzahl von Kernen von $8,0292 \cdot 10^{13}$. Nun ist zu zeigen, daß auch nach einer Stunde nicht erheblich viele der Kerne zerfallen sind.

$$N(t) = N(0)e^{-\lambda t} = 8,0292 \cdot 10^{15}$$

Es zeigt sich somit auf den ersten 4 Nachkommastellen keine Änderung der Anzahl zerfallsfähiger Kerne. Die Probe kann somit für dieses Experiment verwendet werden.

4.2.2 Experiment

Wir erhielten die in Tabelle 1 dargestellten Messergebnisse durch 1000 Messungen der radioaktiven Zerfälle des radioaktiven Präparates. Die Tabelle enthält zudem die Werte der zugehörigen Poissonverteilung. Beide sind zudem in Abbildung 5 dargestellt.

Das arithmetische Mittel berechnet sich nach

$$\bar{k} = \frac{1}{z} \cdot \sum_{i=1}^z k_i$$

Für die Standardabweichung σ gilt:

$$\sigma := \sqrt{\frac{1}{z-1} \sum_{i=1}^z (k_i - \bar{k})^2}$$

Damit folgt der Fehler des Mittelwerts zu:

$$s_{\bar{k}} = \frac{\sigma_k}{\sqrt{z}}.$$

Entsprechend erhalten wir ein arithmetisches Mittel von

$$\bar{k} = 13,39 \pm 0,15.$$

Wir errechnen die mittlere Stichprobenstreuung der Verteilung nach:

$$s^2 = \frac{1}{z-1} \sum_{k=k_1}^{k_2} (k - \bar{h})^2 B(k) = 4,73$$

mit der Gesamtzahl der Messungen z und k_1 bis k_2 , dem Variationsbereich der Zählergebnisse (in diesem Fall $k_1 = 1$ und $k_2 = 34$).

Bei der Überprüfung der Ergebnisse stellen wir fest, daß 59,80% der Messungen in dem Intervall $\{11; 18\}$ ($\{k + \bar{k}; k - \bar{k}\}$) lagen, und somit entsprechend oft auftraten. Laut Poisson-Verteilung müßten 72,50% innerhalb dieses Intervalls liegen.

Zählrate	Häufigkeit	Produkt	Poisson Vert.	Poisson Vert.für 1000 Messungen
1	1	1	2,06E-005	0
2	2	4	1,38E-004	0
3	3	9	6,15E-004	1
4	10	40	2,06E-003	2
5	11	55	5,51E-003	6
6	25	150	1,23E-002	12
7	42	294	2,35E-002	23
8	52	416	3,93E-002	39
9	64	576	5,84E-002	58
10	74	740	7,82E-002	78
11	91	1001	9,52E-002	95
12	84	1008	1,06E-001	106
13	84	1092	1,09E-001	109
14	77	1078	1,05E-001	105
15	73	1095	9,33E-002	93
16	63	1008	7,80E-002	78
17	52	884	6,14E-002	61
18	55	990	4,57E-002	46
19	40	760	3,22E-002	32
20	23	460	2,15E-002	22
21	22	462	1,37E-002	14
22	15	330	8,35E-003	8
23	17	391	4,86E-003	5
24	8	192	2,71E-003	3
25	0	0	1,45E-003	1
26	1	26	7,47E-004	1
27	2	54	3,70E-004	0
28	2	56	1,77E-004	0
29	3	87	8,17E-005	0
30	1	30	3,65E-005	0
31	2	62	1,57E-005	0
32	0	0	6,59E-006	0
33	0	0	2,67E-006	0
34	1	34	1,05E-006	0
35	0	0	4,02E-007	0
36	0	0	1,50E-007	0
37	0	0	5,41E-008	0
38	0	0	1,91E-008	0
39	0	0	6,54E-009	0
40	0	0	2,19E-009	0

Tabelle 1: Häufigkeit der Zaehlraten

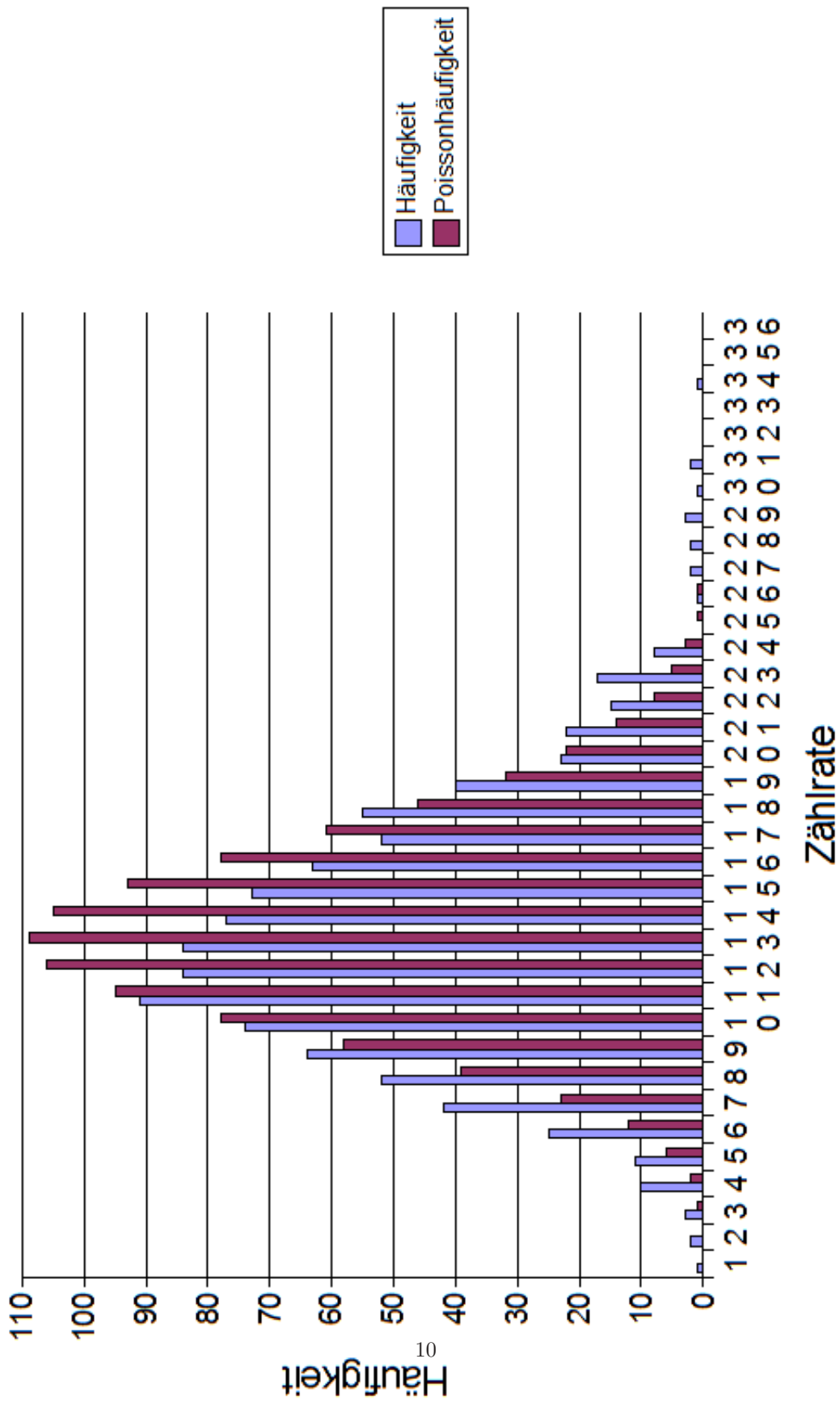


Abbildung 5: Häufigkeit und Poissonverteilung für verschiedene Zählraten

4.2.3 Überprüfung mittels χ^2 -test

Nun überprüfen wir ob die beobachtete Verteilung tatsächlich einer Poisson-Verteilung entspricht. Zu diesem Zweck setzen wir den χ^2 -Test ein.

Zunächst unterteilen wir die Zählraten in Klassen. Und zwar fassen wir die Zählraten 1 bis 6 und 24 bis 36 zusammen (ihre Häufigkeiten werden aufaddiert) und behandeln die restlichen Zählraten einzeln.

Wir berechnen nun die Testgröße χ^2

$$\chi^2 := \sum_{i=1}^K \frac{(B(i) - np_i)^2}{np_i} = 126,61$$

hierbei ist $B(i)$ die gemessenen Häufigkeit der entsprechenden Klasse und np_i die erwartete Häufigkeit nach der Poisson-Verteilung.

Um dieses Ergebnis auswerten zu können bestimmen wir die Anzahl der Freiheitsgrade ν für 2 Nebenbedingungen (da auf eine Poisson-Verteilung getestet wird)

$$\nu = K - 2 = 14$$

Ein Vergleich mit den tabellierten Werten der χ^2 Verteilung zeigt, daß auch bei einem Signifikanzniveau von $\alpha = 0,01$ der errechnete Wert noch über dem tabellierten Wert für 14 Freiheitsgrade (29,141) liegt.

Die angenommene Hypothese, das es sich bei unserer Verteilung um eine Poisson-Verteilung handelt ist somit mit 99 % Wahrscheinlichkeit falsch.

4.2.4 Fehlerbetrachtung

Eigentlich müßte es sich bei dem radioaktiven Zerfall um eine Poisson-Verteilte Größe liegen. Auch die Voraussetzungen sind wie weiter oben bereits gezeigt wurde dafür erfüllt.

Das der χ^2 -Test dann doch ein anderes Ergebnis liefert muß somit höchstwahrscheinlich in einem systematischen Fehler der Messung liegen.

4.3 Reichweite von α -Strahlung in Luft

4.3.1 Strom-Spannungcharakteristik der Ionisationskammer

Zunächst nahmen wir die Strom-Spannungcharakteristik der Ionisationskammer auf. Wir erhielten die in Tabelle 2 dargestellten Ergebnisse, die darüberhinaus in Abbildung 6 dargestellt sind. Wir ermittelten somit, daß ab einer Beschleunigungsspannung U_B von ca. 800 V der Strom unabhängig von Beschleunigungsspannung wird. Bei den folgenden Versuchen verwendeten wir somit eine Spannung $U_B = 1300V$.

4.3.2 Reichweite von α -Strahlung in Luft

Wir erhielten die folgenden Ionisationsströme in Abhängigkeit des Drucks. Die Messung erfolgte bei einer Temperatur von $T = 23,2^\circ C$. Wir stellten bei dem Versuch einen Offset des Amperemeters von ca. 0,2 nA fest, der in der entsprechenden Zeile der Tabelle abgezogen wurde.

Zur Bestimmung der Reichweite der α -Strahlen zerlegt man den gewonnenen Graphen (vgl. Abbildung 7) in zwei lineare Bereiche (in unserem Fall 100...250 mBar und 500...1010mBar) und führt jeweils eine eigene lineare Regression für die Werte durch. Der Schnittpunkt der beiden

$U_B[V]$	Fehler +/-	$I[nA]$	Fehler +/-
1	1	0,05	0,01
50	1	0,38	0,01
100	1	0,64	0,01
150	1	0,77	0,01
200	1	0,86	0,01
250	1	0,91	0,01
300	1	0,95	0,01
350	1	0,97	0,01
400	1	0,98	0,01
450	1	0,99	0,01
500	1	1,00	0,01
550	1	1,00	0,01
600	1	1,01	0,01
650	1	1,01	0,01
700	1	1,01	0,01
750	1	1,01	0,01
800	1	1,02	0,01
850	1	1,02	0,01
900	1	1,02	0,01
950	1	1,02	0,01
1000	1	1,02	0,01
1050	1	1,02	0,01
1100	1	1,02	0,01
1150	1	1,02	0,01
1200	1	1,02	0,01
1250	1	1,02	0,01
1300	1	1,02	0,01
1350	1	1,02	0,01
1400	1	1,02	0,01
1450	1	1,02	0,01
1500	1	1,02	0,01

Tabelle 2: Strom-Spannungschrakteristik

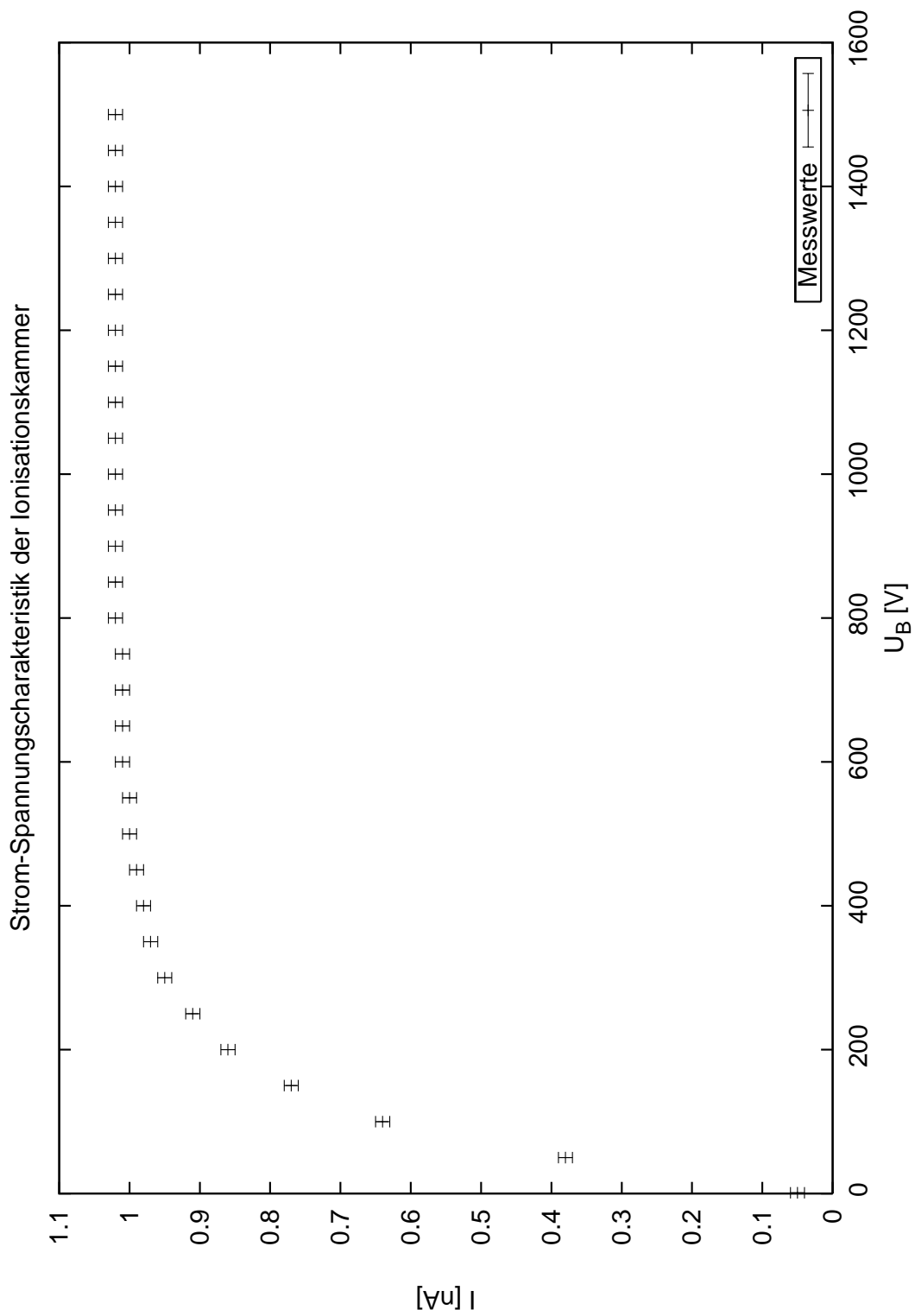


Abbildung 6: Strom-Spannungscharakteristik der Ionisationskammer

Geraden beschreibt dabei den Druck p' durch den sich die Reichweite der α -Strahlen bei Normalbedingungen errechnen lässt. Der Druck p' ergibt sich zu

$$p' = \frac{B_2 - B_1}{A_1 - A_2} = (272,2 \pm 5,5) \text{ mBar}$$

Wobei $A_{1,2}$ die Steigungen der Regressionsgerade und $B_{1,2}$ die entsprechenden Y-Achsenabschnitte darstellen. Die Regressionskoeffizienten sind dabei:

$A_1[nA/mBar]$	$B_1[nA]$	$A_2[nA/mBar]$	$B_2[nA]$
$3,37 \cdot 10^{-3}$	$-5,29 \cdot 10^{-2}$	$1,39 \cdot 10^{-4}$	$8,80 \cdot 10^{-1}$
$\pm 5,11 \cdot 10^{-5}$	$\pm 9,30 \cdot 10^{-3}$	$\pm 4,14 \cdot 10^{-6}$	$\pm 3,22 \cdot 10^{-3}$

Tabelle 3: Regressionskoeffizienten

Der Fehler von p' ergab sich durch Gauß'sche Fehlerfortpflanzung nach

$$s_{p'} = \sqrt{\frac{1}{(A_1 - A_2)^2} (s_{B_1}^2 + s_{B_2}^2) + \frac{(B_1 - B_2)^2}{(A_1 - A_2)^4} (s_{A_1}^2 + s_{A_2}^2)}$$

Die Reichweite D_0 berechnet sich dabei zu

$$D_0 = \frac{\rho}{\rho_0} L = \frac{p' T_0}{p_0 T} L = (2,22 \pm 0,04) \text{ cm}$$

mit der Länge der Ionisationskammer L , dem Normaldruck $p_0 = 1018 \text{ mBar}$ und der Normaltemperatur $T_0 = 273 \text{ K}$.

Der relative Fehler von D_0 ist dabei gleich dem relativen Fehler von p' .

Aus der Reichweite der α -Strahlen ergibt sich dann die Energie der Teilchen zu

$$E = \left(\frac{D}{0,32} \right)^{2/3} = (3,64 \pm 0,05) \text{ MeV}$$

Der relative Fehler ergibt sich dabei aus dem relativen Fehler der Energie multipliziert mit $2/3$. Energie sowie Reichweite liegen dabei in durchaus realistischen Größenordnungen. Man nimmt eine Reichweite von α -Teilchen von wenigen Zentimetern und eine Energie von einigen MeV an (zu finden u.a. unter www.wikipedia.de oder in der Versuchsanleitung).

Durch die Energie des Teilchens berechnet sich seine Geschwindigkeit durch Energieerhaltung zu

$$v = \sqrt{\frac{2E}{m_\alpha}} = (1,32 \cdot 10^7 \pm 1,78 \cdot 10^5) \text{ m/s}$$

Zur Untersuchung der Tunnellänge schätzen wir zunächst den Kernradius eines Kerns mit der Massenzahl m ab

$$r_0 \approx 1,5 \cdot 10^{-15} \sqrt[3]{m} \approx 9,33 \cdot 10^{-15} \text{ m}$$

Dann berechnen wir die Entfernung, von der aus das Teilchen abgestoßen wird durch die Coulombkraft, die auf das Teilchen wirkt

$$r_c = \frac{2 \cdot z \cdot e_0^2}{4\pi\epsilon_0 \cdot E} = (7,36 \cdot 10^{-14} \pm 9,92 \cdot 10^{-16}) \text{ m}$$

P[mbar]	I[nA]	I - Offset [A]	Fehler I +/- [nA]
100	0,29	0,09	0,01
125	0,37	0,17	0,01
150	0,44	0,24	0,01
175	0,54	0,34	0,01
200	0,62	0,42	0,01
225	0,71	0,51	0,01
250	0,79	0,59	0,01
275	0,86	0,66	0,01
300	0,89	0,69	0,01
325	0,91	0,71	0,01
350	0,92	0,72	0,01
375	0,93	0,73	0,01
400	0,94	0,74	0,01
425	0,94	0,74	0,01
450	0,94	0,74	0,01
475	0,95	0,75	0,01
500	0,95	0,75	0,01
525	0,95	0,75	0,01
550	0,96	0,76	0,01
575	0,96	0,76	0,01
600	0,96	0,76	0,01
625	0,97	0,77	0,01
650	0,97	0,77	0,01
675	0,97	0,77	0,01
700	0,98	0,78	0,01
725	0,98	0,78	0,01
750	0,99	0,79	0,01
775	0,99	0,79	0,01
800	0,99	0,79	0,01
825	0,99	0,79	0,01
850	1,00	0,80	0,01
875	1,00	0,80	0,01
900	1,00	0,80	0,01
925	1,01	0,81	0,01
950	1,01	0,81	0,01
975	1,02	0,82	0,01
1000	1,02	0,82	0,01
1010	1,02	0,82	0,01

Tabelle 4: Reichweite von α Strahlen

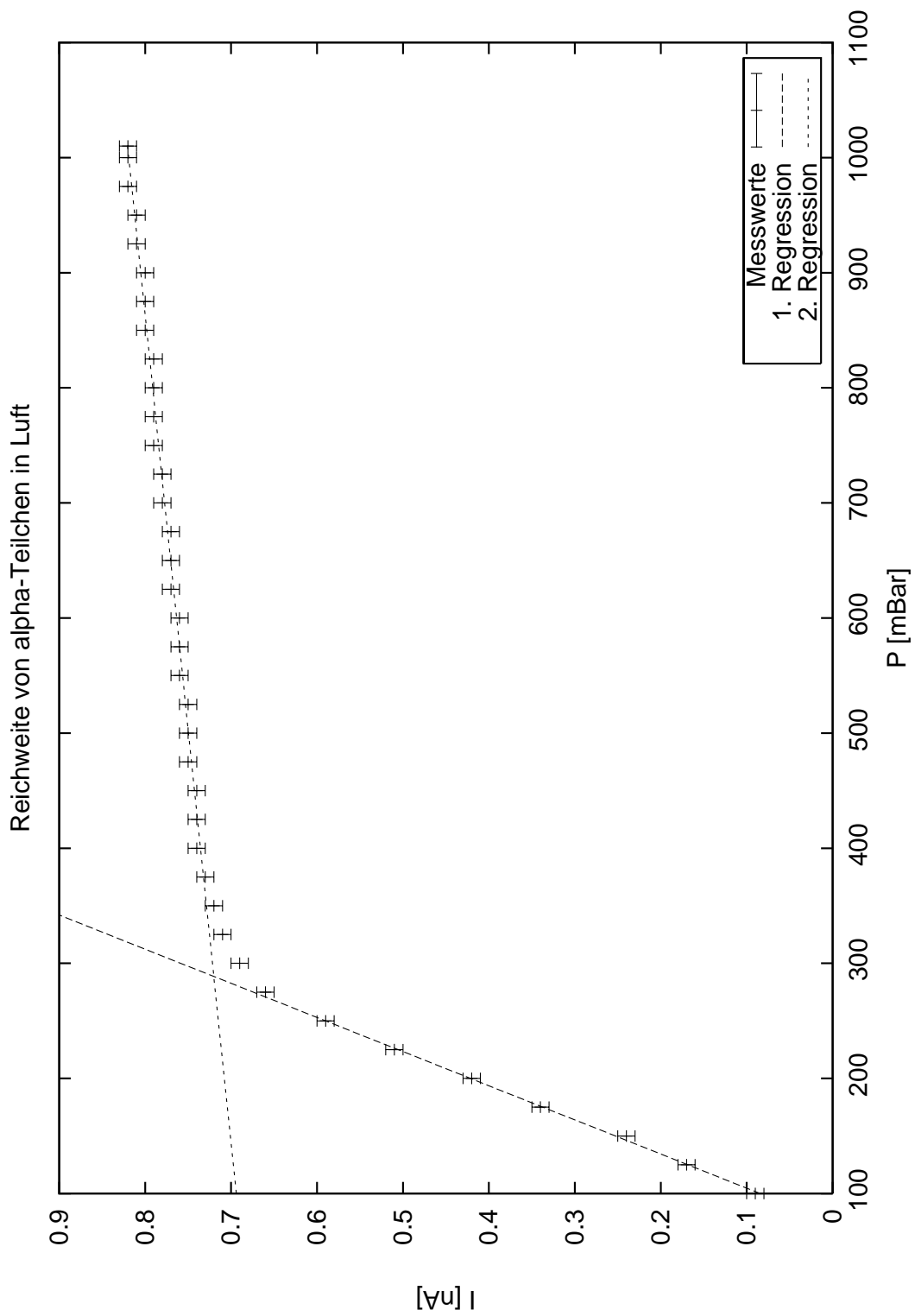


Abbildung 7: Reichweite von α -Strahlen

hierbei sei e_0 die Elementarladung, ϵ_0 die elektrische Feldkonstante und z die um 2 reduzierte Kernladungszahl des ursprünglichen Isotops.

Der Fehler ergibt sich wieder aus dem relativen Fehler der Energie.

Die Differenz dieser beiden Radien ist dabei gerade die gesuchte Tunnellänge r_T . Sie ergibt sich zu

$$r_T = r_c - r_0 = (6,43 \cdot 10^{-14} \pm 9,92 \cdot 10^{-16})m .$$

Der Fehler ist dabei gleich dem absoluten Fehler von r_c , da der Fehler von r_0 nicht abgeschätzt werden kann.

4.4 Fehlerbetrachtung

Die Messergebnisse beeinflusst haben könnten u.a.

- Temperaturschwankungen während der Messungen
- Ungenauigkeiten der verwendeten Messgeräte
- Externe Störungen des Messgerätes. Besonders anfällig dafür dürfte dabei das sehr empfindliche Nanoamperemeter sein.