

# Physik III - Anfängerpraktikum- Versuch 704 - Korrektur

Sebastian Rollke (103095) und Daniel Brenner (105292)

21. September 2005

## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung und Zielsetzung</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Theorie</b>	<b>2</b>
2.1	Absorption . . . . .	2
2.2	Eigenschaften der $\gamma$ - Strahlung . . . . .	2
2.3	Eigenschaften der $\beta$ - Strahlung . . . . .	3
<b>3</b>	<b>Durchführung</b>	<b>4</b>
<b>4</b>	<b>Auswertung</b>	<b>4</b>
4.1	Fehlerbetrachtung . . . . .	5
4.2	Absorbtion von $\gamma$ - Strahlung . . . . .	5
4.2.1	Blei als Absorber . . . . .	5
4.2.2	Kupfer als Absorber . . . . .	7
4.2.3	Ergebnisbetrachtung . . . . .	8
4.3	Absorption von $\beta$ - <i>Strahlung</i> . . . . .	10

# 1 Einleitung und Zielsetzung

Ziel dieses Experimentes ist es, die Wechselwirkung von  $\beta$  - und  $\gamma$  - Strahlung mit Materie zu untersuchen. Dabei lässt sich einleitend schon sagen, dass die  $\beta$  - Strahlung eine deutlich höhere Wechselwirkung erfährt als die  $\gamma$  - Strahlung.

## 2 Theorie

### 2.1 Absorption

Trifft ein Teilchen oder Photon auf Materie wie in unserem Versuch, so treten stets Wechselwirkungen auf, durch welche einige der Teilchen "herausgefiltert" werden, also hinter der Materie nur noch eine verminderte Zahl von Teilchen nachzuweisen ist. Zwischen der Menge der Teilchen und der Dicke der Materie liegt folgende Beziehung vor:

$$N(D) = N_0 e^{-n\sigma D} = N_0 e^{-\mu D} \quad (1)$$

mit der ursprünglichen Menge der Teilchen  $N_0$ , der Dicke  $D$  und dem Wirkungsquerschnitt  $\sigma$ . Der Exponentialfaktor  $\sigma n$  wird mit  $\mu$  abgekürzt und Absorptionskoeffizient genannt.

Da man mit einer Absorptionsmessung leicht in der Lage ist  $\mu$  zu messen, lässt sich daraus der Wirkungsquerschnitt abschätzen. Es gilt:

$$\sigma = \frac{\mu}{n} \quad \text{mit} \quad n = \frac{z N_L \rho}{M} \quad (2)$$

mit der Ordnungszahl  $z$ , der Loschmidtschen Zahl  $N_L$ , der Dichte  $\rho$  und dem Molekulargewicht  $M$

Für  $\mu$  gilt also umgeformt:

$$\mu = n\sigma = \frac{z N_L \rho}{M} \sigma \quad (3)$$

### 2.2 Eigenschaften der $\gamma$ - Strahlung

Ähnlich wie bei ihren Elektronenhüllen besitzen auch die Atomkerne unterschiedliche Energieniveaus. Wenn ein angeregter Atomkern in einen energetisch niedrigeren Zustand übergeht, wird Energie in Form von  $\gamma$  - Quanten oder Teilchenemissionen frei.

Die wichtigsten Wechselwirkungs-Prozesse der  $\gamma$  - Strahlung sind der Photoeffekt, die Paarbildung und der Compton-Effekt. Während beim Photoeffekt das  $\gamma$  - Quant mit einem Hüllenelektron wechselwirkt und bei der Paarbildung unter Bildung eines Elektrons und eines Positrons annihiliert wird, verliert die Strahlung die meiste Energie. Das Quant trifft beim Compton-Effekt auf ein freies Elektron und gibt einen Teil seiner Energie an dieses ab und verändert seine Richtung. Der Wirkungsquerschnitt  $\sigma_{Com}$  für die Compton-Streuung wurde von Klein und Nishina in Abhängigkeit von der Quantenenergie berechnet als:

$$\sigma_{Com} = 2\pi r_e^2 \left\{ \frac{1+\varepsilon}{\varepsilon^2} \left[ \frac{2(1+\varepsilon)}{1+2\varepsilon} - \frac{1}{\varepsilon} \ln(1+2\varepsilon) \right] + \frac{1}{2\varepsilon} \ln(1+2\varepsilon) - \frac{1+3\varepsilon}{(1+2\varepsilon)^2} \right\} \quad (4)$$

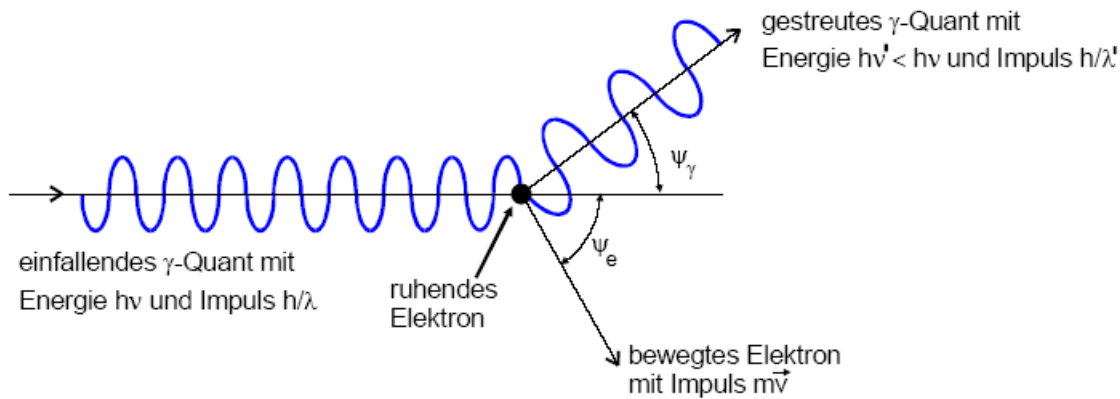


Abbildung 1: Schematische Darstellung des Compton-Streuprozesses

mit  $\varepsilon := E_\gamma/m_0c^2$  wobei  $E_\gamma$  die Quantenenergie ist und  $m_0$  die Ruhemasse des Elektrons, sowie  $r_e$  dem „klassischen Elektronenradius“ der mit  $2,82 \cdot 10^{-15}$  m gegeben ist.

Betrachtet man nun  $\sigma_{Com}$  für kleine Energien ( $E_\gamma \ll m_0c^2$ ) so stellt man fest, daß dieser nahezu energieunabhängig ist und gegen einen bestimmten Grenzwert strebt.

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \sigma_{Com}(\varepsilon) = \frac{4}{3} \cdot 2\pi r_e^2 = \frac{8}{3} \pi r_e^2 =: \sigma_{Th} \quad (5)$$

Diesen Grenzwert bezeichnet man als Thomsonschen Wirkungsquerschnitt.

### 2.3 Eigenschaften der $\beta$ - Strahlung

Besitzt ein Atomkern eine instabile Anordnung von Protonen- oder Neutronenzahl, so emittiert er negative oder positive Elektronen hoher kinetischer Energie. Die  $\beta$  - Teilchen entstehen durch Umwandlung eines Nukleons nach



oder



mit Proton p, Neutron n, Elektron  $\beta^-$ , Positron  $\beta^+$ , Antineutrino  $\bar{V}_e$  und dem Neutrino  $V_e$

Sehr wichtig bei der  $\beta$  - Strahlung ist ihre vergleichsweise geringe Masse (im Vergleich zu den Nukleonen) durch welche sie eine Vielzahl von Wechselwirkungen erleidet, wodurch die genaue Gestalt eines Absorptionsgesetzes sehr komplex wird. Es lässt sich aber zeigen, dass für  $\beta$  - Teilchen aus natürlichen Quellen bei nicht zu dicken Schichten als gute Näherung das Gesetz nach (1) gilt. Erst bei Schichtdicken nah an der maximalen Reichweite zeigen sich deutliche Abweichungen.

Oberhalb von  $R_{max}$  (siehe Abbildung) zeigt der Detektor eine weitgehend schichtdickenuabhängige Intensität an, welche durch die Bremsstrahlung hervorgerufen wird. Da sich nun  $R_{max}$  durch die energiereichsten Elektronen bestimmen lässt, lässt sich daraus die beim Zerfall freiwerdende Gesamtenergie  $E_{max}$  bestimmen. Es gilt der Zusammenhang:

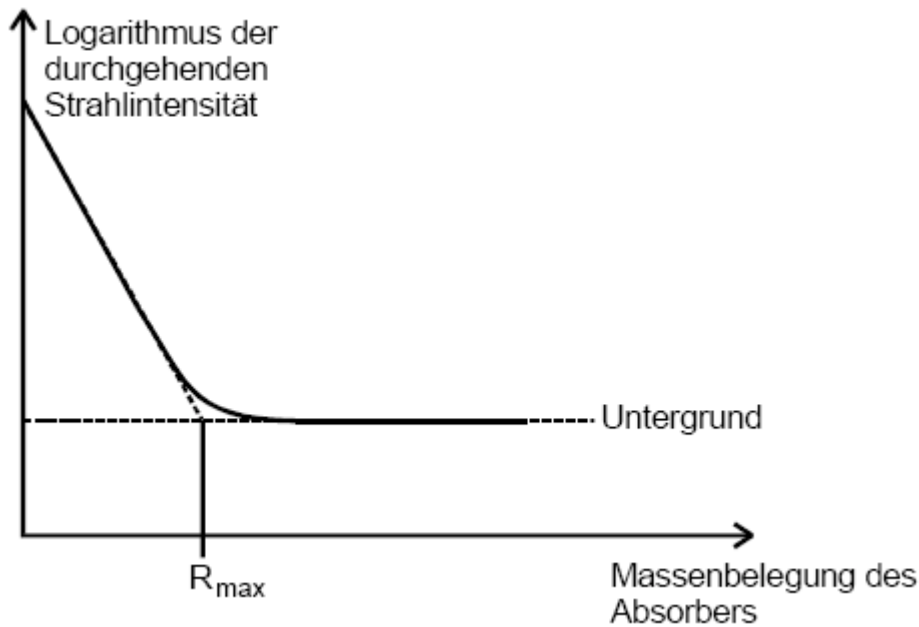


Abbildung 2: Absorptionskurve für einen natürlichen  $\beta$ -Strahler

$$E_{max}[MeV] = 1,92 \left[ \frac{MeV \cdot cm^2}{g} \right] \sqrt{R_{max}^2 + 0,22[g/cm^2]R_{max}} \quad (8)$$

mit

$$R_{max} = D_{max} * \rho[g/cm^2]$$

### 3 Durchführung

Die Durchführung ist wenn auch zeitaufwendig, in ihrer Theorie vergleichsweise einfach und für beide Strahlungen ähnlich. Es wird jeweils eine  $\beta$ - oder eine  $\gamma$ -Quelle auf ein Geiger-Müller-Zählrohr ausgerichtet. Dieses registriert nun die einfallende Strahlung. Zur Messung der Absorption werden nun Absorberplatten verschiedener Dicke in den Strahlenweg gestellt und bedingt durch die Wechselwirkung mit Materie registriert nun das Zählrohr eine verminderte Strahlung. Für eine genaue Messung sollten möglichst mindestens 300 Quanten gezählt werden. Der ganze Versuchsaufbau sollte durch eine geeignete Abschirmung umgeben sein (bei der  $\beta$  - Strahlung reicht ein Schutz durch dünnes Aluminium, bei  $\gamma$  - Strahlung wird Blei genutzt).

### 4 Auswertung

Sofern wir im folgenden von einer "normierten" Zählrate sprechen, meinen wir damit die Zählrate von der bereits der Nulleffekt subtrahiert und diese Differenz dann auf ein Zeitintervall von 60 s umgerechnet wurde.

## 4.1 Fehlerbetrachtung

Der Fehler einer Zählratenmessung ergibt sich durch deren Poissonverteilung zu

$$\sigma = \pm\sqrt{\text{counts}}$$

Um vergleichbare Fehler zu erhalten, normiert man diesen Fehler (genau wie die Messraten) auf einen fixen Zeitwert. Somit ergibt sich der Fehler zu:

$$\sigma_{norm} = \frac{\sqrt{\text{counts}}}{t} \cdot \text{Normierungsfaktor}$$

Um bei den späteren Messungen auch den Fehler der Nullratenmessung mit einzubeziehen verwenden wir die Gauß'sche Fehlerfortpflanzung nach:

$$s_{N-N_u} = \sqrt{s_N^2 + s_{N_u}^2}$$

Den Fehler der Regressionsrechnungen bestimmen wir mit dem Computer.

## 4.2 Absorbtion von $\gamma$ - Strahlung

Zunächst bestimmten wir die Nullrate  $N_u$ :

$N_u$ gemessen bei T = 900 s	160
$N_u$ normiert auf 60 s	10,67 [1/s]
Fehler $\pm$	0,84 [1/s]

### 4.2.1 Blei als Absorber

Wir erhielten bei Messung der Absorbtion durch die Bleiplatten die folgenden Ergebnisse:

Absorber Dicke[cm]	T [s]	N	$N - N_U$ normiert [1/s]	Fehler +/- N	Fehler +/- $N_{norm}$ [1/s]
0,122	60	1912	1901,33	43,73	43,73
0,242	60	1713	1702,33	41,39	41,40
0,364	60	1543	1532,33	39,28	39,29
0,484	60	1377	1366,33	37,11	37,12
0,604	60	1265	1254,33	35,57	35,58
0,728	60	1150	1139,33	33,91	33,92
1,020	60	674	663,33	25,96	25,98
1,142	60	653	642,33	25,55	25,57
1,262	60	580	569,33	24,08	24,10
1,384	60	543	532,33	23,30	23,32
2,040	60	250	239,33	15,81	15,83
3,045	60	152	141,33	12,33	12,36
4,090	300	227	34,73	15,07	3,13
5,110	400	223	22,78	14,93	2,39

Tabelle 1: Messwerte für Bleiabsorber

Absorber Dicke[cm]	LN(N - N <sub>u</sub> ) Normiert [1/s]	Fehler + [1/s]	Fehler - [1/s]
0,122	7,55	0,02	0,02
0,242	7,44	0,02	0,02
0,364	7,33	0,03	0,03
0,484	7,22	0,03	0,03
0,604	7,13	0,03	0,03
0,728	7,04	0,03	0,03
1,020	6,50	0,04	0,04
1,142	6,47	0,04	0,04
1,262	6,34	0,04	0,04
1,384	6,28	0,04	0,04
2,040	5,48	0,06	0,07
3,045	4,95	0,08	0,09
4,090	3,55	0,09	0,09
5,110	3,13	0,10	0,11

Tabelle 2: Logarithmen für Regression (Blei)

Zur Durchführung der linearen Regression benötigen wir die logarithmierten Werte (vgl. Tabelle 2)

Daraus erhalten wir dann die folgenden Werte für die lineare Regression der Geraden  $\ln(N_D) = \ln(N_0) + \mu D$ .  $N_0 = 2001,67$  ( $N_0$  allerdings dabei auf 60s normiert) und  $\mu = -0,93 \pm 0,03 [cm^{-1}]$ . Diesen Wert erhielten wir auch nach nochmaliger Kontrolle der Regressionsrechnung. Allerdings müßte der Absolutbetrag des Wertes größer sein. Diese Abweichungen liegen wahrscheinlich in Messfehlern begründet.

#### 4.2.2 Kupfer als Absorber

Wir erhielten bei Messung der Absorption durch die Kupferplatten die in Tabelle 3 dargestellten Werte.

Absorber Dicke[cm]	T [s]	N	$N - N_u$ normiert [1/s]	Fehler +/- N	Fehler +/- $N_{norm}$ [1/s]
0,365	60	1794	1783,33	42,36	42,36
0,505	60	1635	1624,33	40,44	40,44
0,810	60	1385	1374,33	37,22	37,23
1,000	60	1270	1259,33	35,64	35,65
1,305	60	1098	1087,33	33,14	33,15
1,505	60	1003	992,33	31,67	31,68
1,810	60	790	779,33	28,11	28,12
2,000	60	723	712,33	26,89	26,90
2,305	60	623	612,33	24,96	24,97
2,505	60	554	543,33	23,54	23,55
2,810	60	452	441,33	21,26	21,28
3,000	60	414	403,33	20,35	20,36
3,305	60	341	330,33	18,47	18,49
3,505	90	306	193,33	17,49	11,69
3,810	90	270	169,33	16,43	10,99

Tabelle 3: Messwerte für Kupferabsorber

Auch hier benötigen wir wieder die logarithmierten Werte für die Regressionsrechnung (vgl. Tabelle 4).

Daraus erhalten wir dann die folgenden Werte für die lineare Regression der Geraden  $\ln(N_D) = \ln(N_0) + \mu D$ .  $N_0 = 2465,95$  ( $N_0$  allerdings dabei auf 60s normiert) und  $\mu = -0,65 \pm 0,03$ .

Absorber Dicke[cm]	LN(N - N <sub>u</sub> ) Normiert	Fehler + [1/s]	Fehler - [1/s]
0,365	7,49	0,02	0,02
0,505	7,39	0,02	0,03
0,810	7,23	0,03	0,03
1,000	7,14	0,03	0,03
1,305	6,99	0,03	0,03
1,505	6,90	0,03	0,03
1,810	6,66	0,04	0,04
2,000	6,57	0,04	0,04
2,305	6,42	0,04	0,04
2,505	6,30	0,04	0,04
2,810	6,09	0,05	0,05
3,000	6,00	0,05	0,05
3,305	5,80	0,05	0,06
3,505	5,26	0,06	0,06
3,810	5,13	0,06	0,07

Tabelle 4: Logarithmen für Regression (Kupfer)

#### 4.2.3 Ergebnisbetrachtung

Wir bestimmen nach Klein/Nishina (vgl. Theorieteil) den Wirkungsquerschnitt ( $\sigma_{com,gerchnet} = 2,57 \cdot 10^{25} g/cm^2$ ) und bestimmen aus diesem dann nach

$$\mu_{com,ger.} = \frac{Z \cdot N_A \cdot \rho}{M} \cdot \sigma_{com,ger.}$$

(mit der Avogadro Zahl  $N_A \approx 6,02 \cdot 10^{23}$ , dem Molekulargewicht M, der Dichte  $\rho$  und der Ordnungszahl Z) die Absorptionskoeffizienten.

Die verwendeten Absorber haben dabei die in Tabelle 5 aufgelisteten Eigenschaften.

	Z	$\rho[g/cm^3]$	M [g/mol]
Pb	82	11,34	207,2
Cu	29	8,93	63,55

Tabelle 5: Absorbereigenschaften

Wir berechnen mit den gegebenen Daten die Absorptionskoeffizienten der Materialien. Wir erhalten:

$$\begin{aligned} \mu_{Pb,ger.} &= 0,69 cm^{-1} \\ \mu_{Cu,ger.} &= 0,63 cm^{-1} \end{aligned}$$

Vergleicht man die Beträge der Koeffizienten mit den Ergebnissen der Regressionen erkennt man, daß die Werte für Kupfer sehr nahe (Differenz  $0,02 cm^{-1} \approx 3\%$ ) beieinander liegen, woraus schließen läßt, daß bei Kuper nur der Compton Effekt auftritt.

Bei Blei hingegen betrachtet man eine relativ große Abweichung der Werte (Differenz  $0,23 cm^{-1} \approx$



33%) woraus folgt, daß der Compton Effekt nicht die einzige auftretende Wechselwirkung ist. Als weitere Wechselwirkung tritt bei einem schweren Atom wie Blei noch der Photoeffekt auf. Der Absorptionskoeffizient des Photo Effekt bestimmt sich dann nach

$$|\mu_{photo}| = |\mu_{gem.}| - |\mu_{com,ger.}| = 0,33 \pm 0,03[cm^{-1}]$$

und ist somit gerade die weiter oben bereits verwendete Differenz der beiden Koeffizienten. Der Fehler ist (nach Gauß'scher Fehlerfortpflanzung) der Fehler der Regressionsrechnung. Man erhält zusätzlich aus den experimentell ermittelten Werten die folgenden Wirkungsquerschnitte:

$$\begin{aligned}\sigma_{Pb} &= 3,42 \cdot 10^{-25} \pm 1,07 \cdot 10^{-26}[cm^{-1}] \\ \sigma_{Cu} &= 2,64 \cdot 10^{-25} \pm 1,26 \cdot 10^{-26}[cm^{-1}]\end{aligned}$$

$N_u$ gemessen bei T = 900 s	225
$N_u$ normiert auf 60 s	15,00 [1/s]
Fehler $\pm$	1,00 [1/s]

D [ $\mu$ m]	Fehler +/- [ $\mu$ m] D	R [g/cm <sup>2</sup> ]	+/- R [g/cm <sup>2</sup> ]	T [s]	N	N - $N_u$ Normiert [1/s]	+/- N	+/- N norm [1/s]
102	1	0,028	0,00027	60	5131	5116,00	71,63	71,64
126	1	0,034	0,00027	60	2592	2577,00	50,91	50,92
153	0,5	0,041	0,00014	60	1084	1069,00	32,92	32,94
160	1	0,043	0,00027	60	621	606,00	24,92	24,94
200	1	0,054	0,00027	100	347	193,20	18,63	11,22
253	1	0,068	0,00027	500	361	28,32	19,00	2,49
302	1	0,082	0,00027	700	310	11,57	17,61	1,81
338	5	0,091	0,00135	800	293	6,98	17,12	1,63
400	1	0,108	0,00027	800	279	5,93	16,70	1,60
444	2	0,120	0,00054	900	395	11,33	19,87	1,66
482	1	0,130	0,00027	900	348	8,20	18,65	1,60

Tabelle 6:  $\beta$ -Absorption an Aluminium Absorber

### 4.3 Absorption von $\beta$ - Strahlung

Wir bestimmen zunächst wieder die Nullrate  $N_u$ :

Wir messen die Absorption durch eine verschieden dicke Schicht von Aluminiumabsorbern.

Um die maximale Reichweite  $D_{max}$  bestimmen zu können, müssen wir die Messwerte in zwei Bereiche einteilen, um zwei verschiedene Regressionsgeraden zu erhalten ( $y = a_1 \cdot x + b_1$  und  $y = a_2 \cdot x + b_2$ ). Für die erste linke Gerade verwenden wir die ersten 7 Messwerte und die restlichen 4 Werte für die rechte Gerade.

Es fällt auf, daß die Fehler für die Regressionsrechnung der rechten Gerade extrem groß sind. Was daraus resultiert, daß nur sehr wenige Werte für diese Regressionsgerade zur Verfügung stehen.

Der Schnittpunkt  $R_{max}$  der beiden Geraden berechnet sich nach:

$$R_{max} = \frac{B_2 - B_1}{A_1 - A_2} = 0,084 \pm 0,01 [g/cm^2]$$

Der Fehler bestimmt sich nach Gauß'scher Fehlerfortpflanzung nach

$$s_{R_{max}} = \sqrt{s_{B_2}^2 \left( \frac{1}{A_1 - A_2} \right)^2 + s_{B_1}^2 \left( \frac{1}{A_1 - A_2} \right)^2 + s_{A_1}^2 \left( \frac{s_{B_1} - s_{B_2}}{(A_1 - A_2)^2} \right)^2 + s_{A_2}^2 \left( \frac{s_{B_2} - s_{B_1}}{(A_1 - A_2)^2} \right)^2}$$

. Daraus läßt sich nun  $E_{max}$  bestimmen:

$$E_{max} = 1,92 \sqrt{R_{max}^2 + 0,22 \cdot R_{max}} = 0,31 \pm 0,02 [MeV]$$

	a	b
linke gerade	$-117,32 \pm 5,34$	$11,70 \pm 0,28$
rechte gerade	$8,67 \pm 9,98$	$1,09 \pm 1,13$

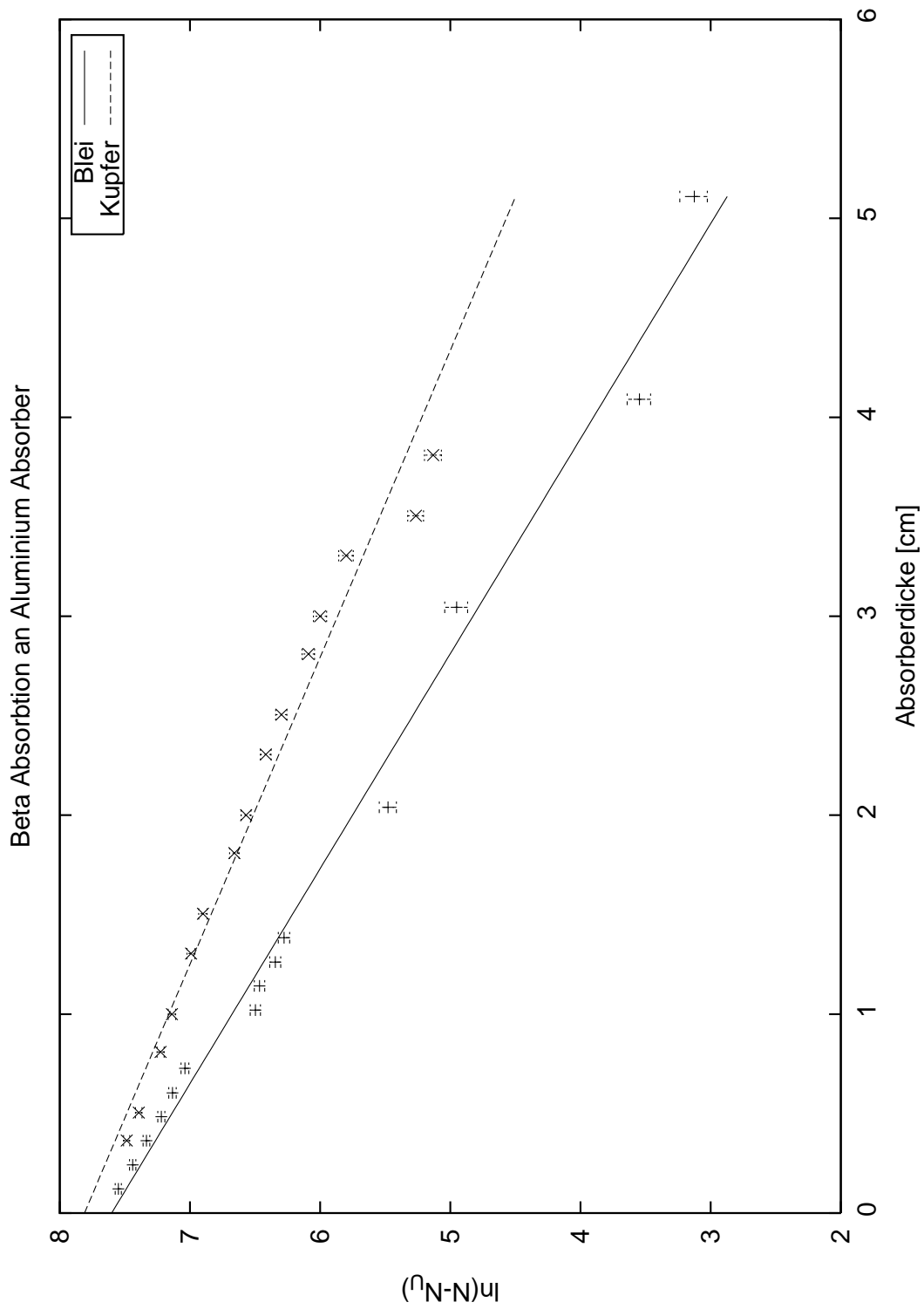


Abbildung 3: Gamma Absorbition an Blei und Kupfer

Der Fehler ergibt sich nach:

$$s_{E_{max}} = \sqrt{s_{R_{max}}^2 \left( \frac{1,92 \cdot (R_{max} + 0,11)}{(R_{max}^2 + 0,22R_{max})^{\frac{1}{2}}} \right)^2}$$

Und schließlich die maximale Reichweite  $D_{max}$

$$D_{Max} = \frac{R_{max}}{\varrho} = 312 \pm 34[\mu m]$$

Der relative Fehler  $r_{D_{max}}$  ist dabei gleich dem relativen Fehler  $r_{R_{max}} \approx 11\%$ . Der absolute Fehler von  $D_{max}$  ergibt sich dann durch

$$s_{D_{max}} = r_{R_{max}} \cdot D_{max}$$

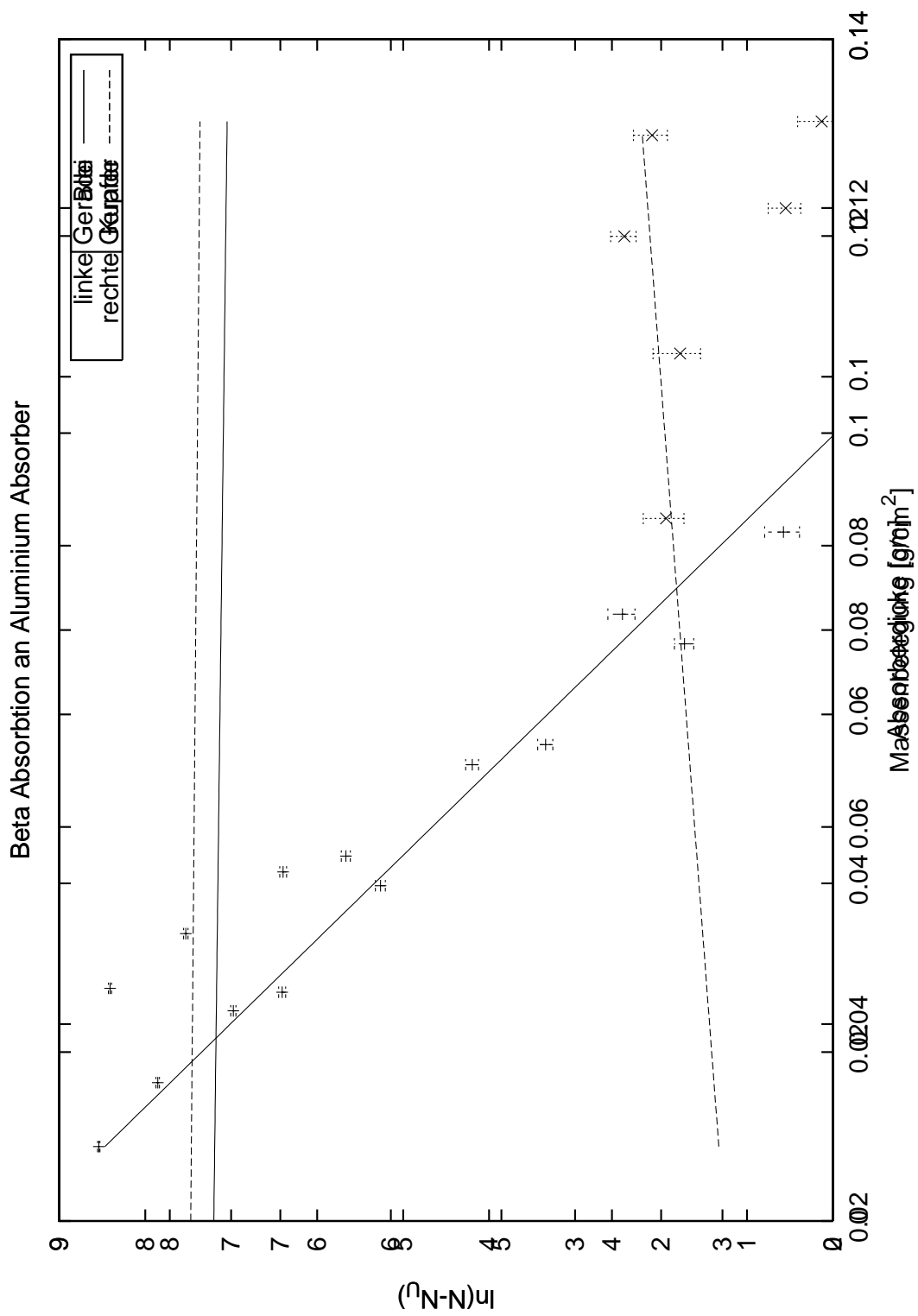


Abbildung 4: Beta Absorption an Aluminium