

**Physikalisches
Fortgeschrittenenpraktikum
Versuch 62: Holographische
Interferometrie an schwingenden Platten**

Sebastian Rollke

103095

webmaster@rollke.com

und

Daniel Brenner

105292

daniel.brenner@uni-dortmund.de

durchgeführt am 21. Januar 2008

Inhaltsverzeichnis

1 Theorie	3
1.1 Das Prinzip der Holographie	3
1.2 Holographische Interferometrie an ruhenden Objekten	5
1.3 Holographische Interferometrie an schwingenden Objekten	7
1.3.1 Zeitmittelungs-Methode	7
1.3.2 Echtzeit-Methode	8
2 Experimentelles Vorgehen	9
2.1 Beschreibung einer Apparatur zur holographischen Schwingungsanalyse	9
3 Auswertung	11
3.1 Eigenschwingungen der Platte	11
3.2 Ortsabhängige Schwingungsamplitude	12
3.3 Fehlerbetrachtung	12

1 Theorie

1.1 Das Prinzip der Holographie

Wie die Photographie stellt auch die Holographie ein Abbild für transparente oder diffus reflektierende Körper dar. Im Gegensatz zur Photographie, in der nur die Intensität und die Frequenz (Farbe) des Lichtes aufgezeichnet wird, wird bei der Holographie zusätzlich noch die Phase des von der Oberfläche eines räumlich ausgedehnten Gegenstandes ausgehende Wellenfeld, gespeichert. Entsteht das Wellenfeld darüber hinaus einer kohärenten Lichtquelle, so ist die Phase der von einzelnen Objektpunkten reflektierten Elementarwellen nur von ihrer räumlichen Lage zueinander abhängig und es wird damit ein dreidimensionales Bild aufgezeichnet. Das Problem der Holographie ist allerdings, dass Photoplatten nur zweidimensionale Bilder aufzeichnen, also nur die Lichtenergie pro Flächeneinheit. Daher wird ein besonderes Aufnahmeverfahren benötigt, bei dem die Objektwelle $E_g(x, y, t)$ mit einer kohärenten Referenzwelle überlagert wird. Dies ist in Abbildung 1.1 schematisch dargestellt.

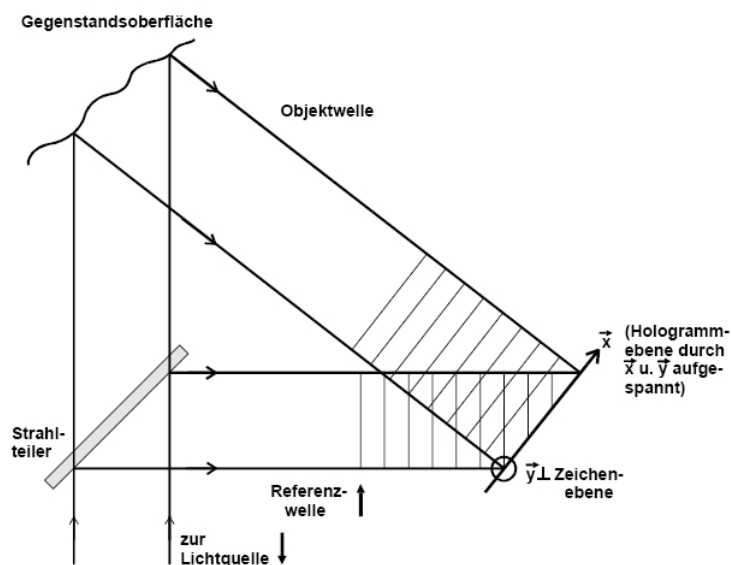


Abbildung 1.1: Grundsätzliche Versuchsanordnung zur Aufnahme eines Hologrammes

Hierbei kommt es zu Interferenzerscheinungen und die auf der Photoplatte aufgezeichnete Energiedichte am Ort (x,y) wird phasenabhängig:

$$W_{gr}(x, y) = \bar{W}(x, y) + 2W_{gr}(x, y) \cos(\phi_g - \phi_r) \quad (1.1)$$

An der Photoplatte entsteht also ein Muster von Interferenzfiguren, abhängig von der Phase der Gegenstandswelle ϕ_g und der Referenzwelle ϕ_r . Die Phase der Gegenstandswelle ist hierbei durch die Lage des Gegenstandes relativ zur Photoplatte gegeben, so dass in der Information auf Interferenzfigur der Photoplatte die Lage aller Punkte des Gegenstandes enthalten sind.

Der Photographische Prozess kann nun das Intensitätsmuster festhalten, da die durch den Entwicklungsvorgang erzeugte Schwärzung S (oder die Transmission $T := 10^{-S}$) eine Funktion der eingefallenen Lichtenergie während der Belichtungszeit ist (dargestellt in Abbildung 1.1). Liegt nun die mittlere Transmission \bar{T} ungefähr im linearen Teil der Kurve und ist die Schwankungsamplitude der Transmission klein gegen \bar{T} , so gilt

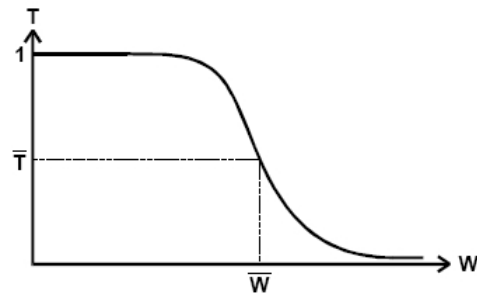


Abbildung 1.2: Zusammenhang zwischen der Transmission T und einfallender Lichtenergie W

$$T(x, y) = \bar{T}(W) + \frac{dT}{dW} 2W_{gr} \cos[\phi_g(x, y) - \phi_r(x, y)] + \dots \quad (1.2)$$

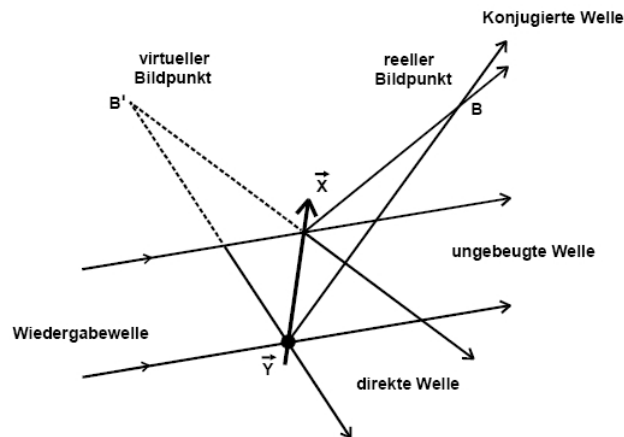
$T(x, y)$ ist nun also eine Lichtintensitätsverteilung, die durch Interferenz von Gegenstands- und Referenzwelle entsteht. Um nun das aufgenommene Bild zu betrachten, benötigt man eine wiederum kohärente Lichtquelle, mit welcher die photographische Platte beleuchtet wird (dargestellt in Abbildung 1.3). Aufgrund der unterschiedlichen Transmissionswerte der belichteten Photoplatte sinken die Werte der Amplitude der Wiedergabewelle mit der Feldstärke

$$E_w = E_{w0} e^{j(\phi_w + \omega t)} \quad (1.3)$$

auf:

$$T_a E_w = T_a(\bar{W}) E_{w0} e^{j\phi_w} + \frac{dT_a}{dW} \epsilon E_r E_{w0} e^{j(\phi_w - \phi_r)} E_g e^{j\phi_g} + \frac{dT_a}{dW} \epsilon E_g E_r E_{w0} e^{j(\phi_w + \phi_r)} e^{-j\phi_g} \quad (1.4)$$

Die Welle besteht also nach (1.4) hinter dem Hologramm aus drei Anteilen. Der erste ist der Anteil der einfallenden Welle bis auf einen reellen Amplitudenfaktor. Sie ist für die Abbildung ohne Bedeutung, da sie nicht ϕ_g enthält. Der zweite Anteil stimmt bis auf einen konstanten Schwächungsfaktor und einer konstanten Phase mit der Gegenstandswelle überein. Daher nennt man diese Welle auch direkte rekonstruierte

**Abbildung 1.3:** Rekonstruktion des Bildes aus dem Hologramm

Gegenstandswelle. Ist weiter auch die Referenz- und Wiedergabewelle identisch, so erscheint das rekonstruierte Bild genau am Ort des Objektes. Der dritte Anteil enthält einen konjugiert komplexen Ausdruck und wird daher als konjugierte Welle bezeichnet. Auch diese Welle kann das Bild darstellen, ist allerdings für den hier durchgeführten Versuch nicht von Bedeutung. Da man die Rekonstruktion auch als Beugung auffassen kann, betrachtet man dann die Schwärzung der Photoplatte als Beugungsgitter und das direkte und konjugierte Bild sind dann die Beugungsfiguren 1. und -1. Ordnung. Da das bisher betrachtete Wiedergabeverfahren eine räumliche Modulation der Amplitude bewirkt, nennt man es folglich Amplituden-Holographie. Ebenso kann auch eine Phasen-Holographie realisiert werden, jedoch ist diese praktisch schwieriger realisierbar. Hierbei wird die Phase der Wiedergabewelle moduliert, indem eine von der vorhergegangenen Belichtung abhängiger Phasenwinkel zur Phase der Wiedergabewelle addiert wird. Das Ergebnis ist ähnlicher Struktur und eine dreigeteilte Welle, hat jedoch den Vorteil einer wesentlich größeren Helligkeit.

1.2 Holographische Interferometrie an ruhenden Objekten

Da wie schon festgestellt, das Rekonstruierte Bild den gleichen Ort hat wie das Objekt, wenn Wiedergabe- und Referenzwelle identisch sind, lässt sich diese Eigenschaft nutzen um die Verschiebung oder Deformation des Gegenstandes in der Größenordnung der Lichtwellenlänge auszumessen. Zu diesem Zweck wird ein sehr ähnlicher Versuchsaufbau genutzt, mit dem Unterschied dass statt der unbelichteten Photoplatte das bereits angefertigte Hologramm eingesetzt wird. Sind nun Objekt und Hologramm in ihrer ursprünglichen Stellung zueinander gleich geblieben, so entsteht eine konstruktive Interferenz an allen Punkten, welche lediglich zu einer geringfügigen

Holographische Interferometrie an schwingenden Platten

Aufhellung des Bildes führt. Ist jedoch ein Punkt P der Objektoberfläche gegenüber der Aufnahme position verschoben, tritt eine Phasenverschiebung ϕ ein. Durch die Überlagerung der beiden Wellen lässt sich nun ein Muster aus Interferenzstreifen beobachten die sich über das Objekt erstrecken. Lässt sich nun ein eindeutiger Zusammenhang zwischen der Phasenverschiebung ϕ und der Translation des Gegenstandspunktes herstellen, so kann eine Schlussfolgerung auf die Verschiebung oder Deformation des Objektes gezogen werden. Nimmt man nun im Folgenden eine ebene Platte als Objekt an, bei der nur eine senkrecht zur Oberfläche auftretende Verschiebung eintreten kann, so lässt sich aus Abbildung 1.2 für den Gangunterschied g zur Verschiebung s ein Zusammenhang

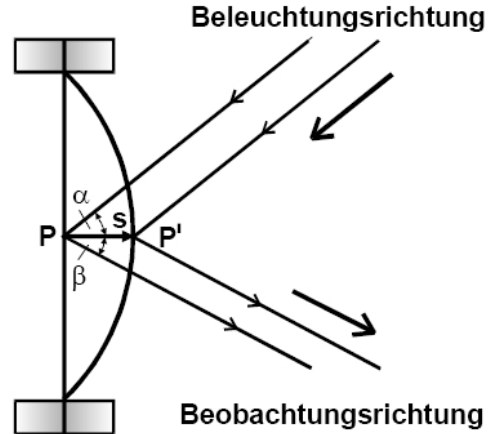


Abbildung 1.4: Darstellung der Verschiebung s eines Objektpunktes P

$$g = s(\cos \alpha + \cos \beta) \quad (1.5)$$

herstellen. Die Phasenverschiebung resultiert daraus zu

$$\phi = \frac{2\pi s}{\lambda}(\cos \alpha + \cos \beta) \quad (1.6)$$

Am besten sind die Interferenzen an Stellen zu untersuchen, an denen durch destruktive Interferenzen die Lichtintensität gegen Null geht, also genau dann wenn die Phase ganzzahlige Vielfache von n beinhaltet mit $\phi = 2n + 1)\pi$. An diesen Stellen tritt eine Plattenverschiebung von

$$s = (2n + 1) \frac{\lambda}{2} \frac{1}{\cos \alpha + \cos \beta} \quad (1.7)$$

auf. Zur Bestimmung von s müssen nun also nur noch die leicht bestimmbare Werte bekannt sein. Die Ordnung n der Interferenzstreifen lässt sich gewährleisten, indem die Streifen zwischen einem fest eingespannten Objektpunkt (etwa dem Rand) und dem zu untersuchenden Punkt gezählt werden. Die Änderung der Verschiebung zweier benachbarter Interferenzstreifen beträgt somit nach (1.7)

$$\Delta s = \lambda \frac{1}{\cos \alpha + \cos \beta} \quad (1.8)$$

1.3 Holographische Interferometrie an schwingenden Objekten

Es gibt zwei generelle Messverfahren zur Untersuchung der Schwingungsamplitude in Abhängigkeit zum Ort der Objektoberfläche. Zum einen die Echtzeit-Methode, bei der mit einem Hologramm des ruhenden Objektes gearbeitet wird und zum anderen die Zeitmittlungs-Methode, bei der ein Hologramm des schwingenden Objektes aufgezeichnet wird, bei dem die Belichtungszeit groß gegen die Schwingungsdauer ist.

1.3.1 Zeitmittlungs-Methode

Bei letzterer Methode muss berücksichtigt werden, dass die Deformation s nicht nur orts- sondern auch zeitabhängig ist:

$$s(x, y, t) = s_0(x, y) \cos \Omega t \quad (1.9)$$

Hierbei ist $s_0(x, y)$ die Schwingungsamplitude des Objektes und Ω die Kreisfrequenz der mechanischen Schwingung. Da die Belichtungszeit groß gegen die Schwingungsdauer ist, wird nur der zeitliche Mittelwert der direkten Phase registriert, welche sich entwickeln lässt zu

$$\langle E_d \rangle = J_0(\eta) \quad (1.10)$$

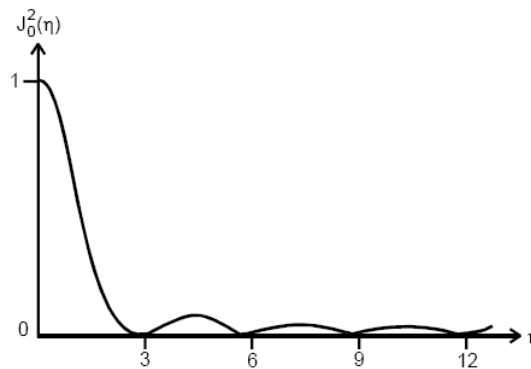


Abbildung 1.5: Verlauf des Quadrates der Bessel-Funktion $J_0(\eta)$

Hierbei ist die Phase beschrieben durch die Besselfunktion nullter Ordnung, welche zum Quadrat in der Abbildung 1.5 dargestellt ist. Die Intensität ist nun proportional zum Betragsquadrat der Besselfunktion

$$W \propto |J_0(\eta)|^2 = \left| J_0 \left[\frac{2\pi s_0}{\lambda} (\cos \alpha + \cos \beta) \right] \right|^2 \quad (1.11)$$

Wie in Abbildung 1.5 gut zu erkennen ist, besitzt diese Funktion eine Reihe von Nullstellen, also verschwindet die Lichtintensität an verschiedenen Orten. An diesen Orten der Nullstellen, tritt maximale Helligkeit im Zeitmittelungshologramm auf. Allerdings nimmt die Intensität zwischen der Maxima zwischen den Nullstellen schnell ab, wodurch der Kontrast und somit die Beobachtung erschwert wird und hohe Auslenkungsamplituden mit diesem Verfahren nur schlecht ausgemessen werden können.

1.3.2 Echtzeit-Methode

Bei der Echtzeit-Methode wird ein Hologramm des ruhenden Objektes angefertigt, welches zur Beobachtung des schwingenden Objektes genutzt wird. Auch hier bekommt man ein Interferenzstreifenmuster, aus dem die Auslenkung des Objektpunktes ermittelt werden kann. Allerdings ist der Kontrast wesentlich geringer, so dass mit geeigneten Versuchsaufbauten dieser Nachteil zu einem unwesentlichen Einfluss degradiert werden muss. Dies erreicht man durch eine stroboskopische Beleuchtung bei der Beobachtung, wodurch das Objekt im immer gleichen Schwingungszustand beleuchtet wird, wenn die Blitzdauer klein gegen die Schwungungsdauer ist. Da hierbei ein kinematisches Messprogramm auf ein statisches reduziert wird, kann die zuvor beschriebene Auswertung herangezogen werden. Außerdem ist von Vorteil, dass nur ein einziges Hologramm angefertigt werden muss.

2 Experimentelles Vorgehen

2.1 Beschreibung einer Apparatur zur holographischen Schwingungsanalyse

Mit der in Abbildung 2.1 skizzierten Versuchsanordnung lässt sich eine Messung der Eigenschwingungen sowohl mit der Echtzeit- als auch mit der Zeitmittlungs-Methode durchführen. Die ganze Anlage ist sehr empfindlich gegen äußere Einflüsse, weswegen sie auf einem schwingungsgedämpften Tisch montiert ist, da schon mechanische Erschütterungen von Bruchteilen der Wellenlänge eine Abbildung unmöglich machen. Auch Temperaturschwankungen haben einen negativen Einfluss. Als kohärente Lichtquelle dient ein Helium-Neon-Laser, welcher sein Licht auf einen Lichtmodulator gibt, der es gestattet den Lichtstrahl periodisch zu unterbrechen. Zur Steuerung des Lichtmodulators wird eine Gleichspannungsquelle genutzt, die ein schon gepulstes Signal liefert, welches erst bei ausreichender Höhe (200V) die Zelle öffnet. Zur Steuerung der Impulse wird ein Impulsformer genutzt. Um das Hologramm aufzunehmen wird der Impulsformer deaktiviert um so die maximale Lichtintensität dauerhaft zu nutzen. Mittels eines semipermeablen Spiegels, der variabel einstellbar ist, wird der Laserstrahl aufgeteilt in den Referenz- und Objektstrahl, welche anschließend durch Umlenkspiegel auf entweder die Hologrammplatte oder das Objekt fallen. Um beide Strahlen aufzuweiten werden des weiteren Mikroskop-Objektive und Modenblenden genutzt, wodurch der Strahl eine weite von 9cm erhält. Die Hologrammplatte ist so eingebracht, dass sie nach der Entwicklung möglichst genau wieder in ihren Ursprungsort zurück gestellt werden kann. Um nun die Eigenschwingungen des Objektes der Platte zu untersuchen, regt man sie mit einem dahinter liegenden Lautsprecher an. Ein Sinusgenerator erzeugt die benötigte Frequenz und steuert gleichzeitig zur bestmöglichen Synchronisation den Impulsgeber des Lichtmodulators. Die Beobachtung und Aufzeichnung von Messergebnissen erfolgt durch eine eingebrachte Videokamera welche ein digitales Bild der Holographieplatte auf einen Rechner im Nebenraum bringt.

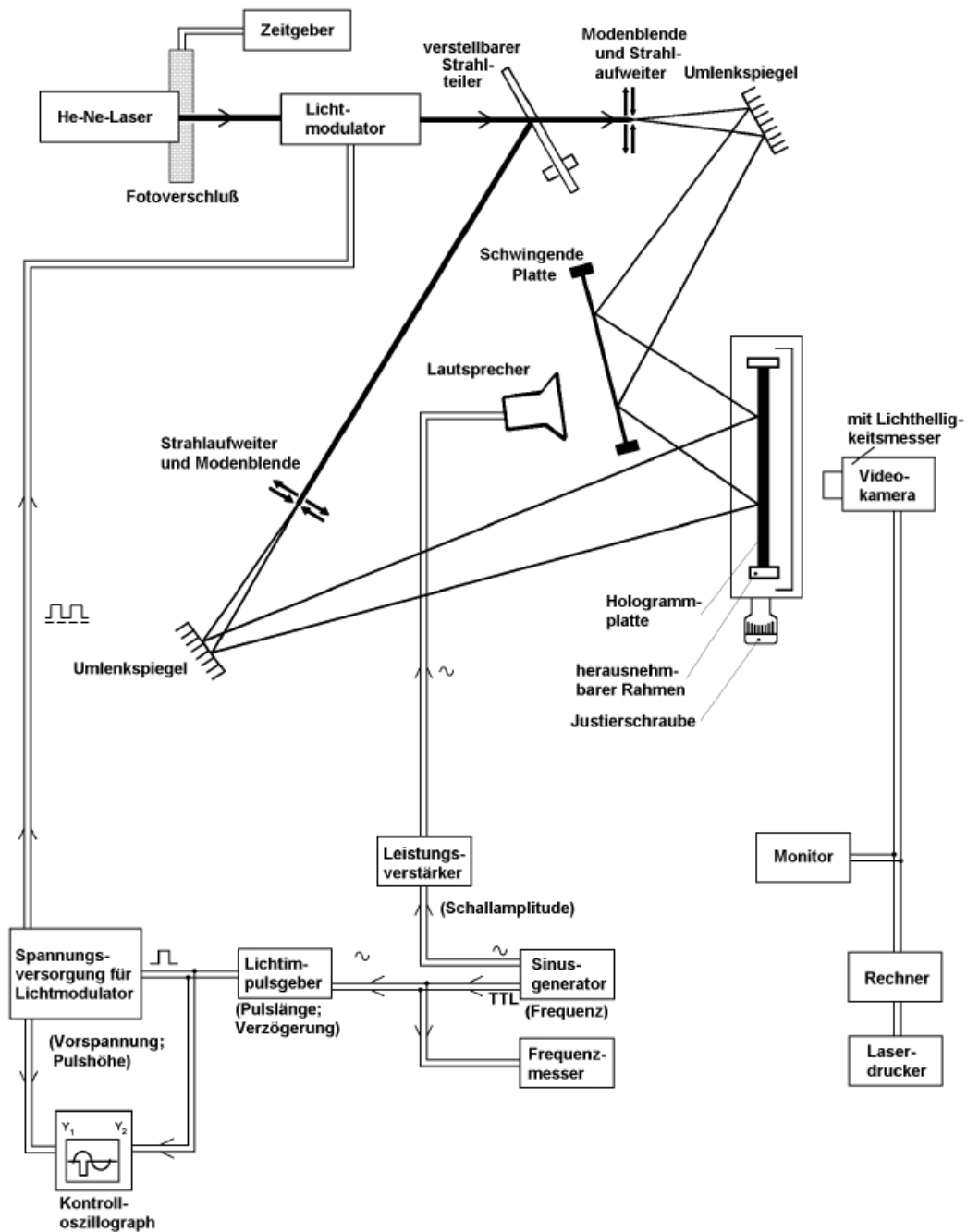


Abbildung 2.1: Schematische Darstellung der kompletten Apparatur

3 Auswertung

3.1 Eigenschwingungen der Platte

Mit Hilfe eines vorher angefertigten Hologrammes wurden mit der stroboskopischen Echtzeit-Methode Schwingungsbilder einer Stahlplatte aufgenommen. Diese hat eine Dicke d von 0,04cm, einen Radius r von 4,5cm, ein Elastizitätsmodul $E = 2,1 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$, der Dichte $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$ und der Querkontraktionszahl $\mu = 0,3$. Die Tabelle 3.1 hält alle gesammelten Werte fest.

m	n	β_{mn}	$\Omega_{theorie} [Hz]$	$\Omega_{gemessen} [Hz]$	$Abweichung$
1	0	3,1961	504,2	511,6	1,44%
1	1	4,6110	1049,5	1038,0	-1,11%
1	1	4,6110	1049,5	1066,0	1,55%
1	2	5,9056	1721,6	1711,0	-0,62%
1	2	5,9056	1721,6	1728,0	0,37%
2	0	6,3064	1963,2	1967,0	0,19%
1	3	7,1433	2518,8	2511,0	-0,31%
2	1	7,7993	3002,7	2996,0	-0,22%
1	4	8,3470	3439,2	3439,0	-0,01%
2	2	9,1967	4175,1	4194,0	0,45%
1	5	9,5260	4479,4	4415,0	-1,46%
1	5	9,5260	4479,4	4486,0	0,15%
2	3	10,5370	5480,7	5512,0	0,57%
3	2	12,4020	7592,5	7630,0	0,49%
2	5	13,1070	8480,2	8512,0	0,37%
3	3	13,7950	9393,9	9443,0	0,52%

Tabelle 3.1: Gerechnete und gemessene Frequenzen der verschiedenen Schwingungsmoden

Hierbei bezeichnet m die Zahl der zirkularen, n der radialen Knotenlinien, β_{mn} die Parameterwerte aus der Literatur und die beiden Frequenzen Ω sind jeweils die gemessene und die berechnete Frequenz der Eigenschwingung in den jeweiligen Moden. Die Theoriewerte berechnen sich nach

$$\Omega_{theorie} = \frac{\beta_{mn}^2}{r^2} d \sqrt{\frac{E}{12\rho(1-\mu^2)}} \quad (3.1)$$

Die gemessenen Werte weichen damit im Mittel um 0,61% von den theoretischen Werten ab. Die Bilder in Abbildung 3.1 zeigen die gemessenen Schwingungsbilder der Eigenmoden in der Reihenfolge wie sie in der Tabelle aufgeführt sind. Hierbei sind einige der Moden entartet, so dass es also gleiche, aber gedrehte Schwingungsbilder innerhalb eines kleinen Frequenzintervalls gibt.

3.2 Ortsabhängige Schwingungsamplitude

Zur bestimmung der ortsabhängigkeit der Schwingungsamplitude wird eines der aufgenommenen Bilder ausgemessen. Hier wurde das Schwingungsbild der (1,2)-Mode bei 1728Hz ausgemessen (dargestellt in Abbildung 3.2).

Die Messdaten sind in Tabelle 3.2 dargestellt. Hierbei ist die Distanz zum Rand in der Tabelle aufgeführt, jeweils umgerechnet in [cm] relativ zum Durchmesser der Stahlplatte. Die Schwingungsamplitude ist berechnet worden über:

$$s = (2n + 1) \frac{\lambda}{2} \frac{1}{\cos \alpha + \cos \beta} \quad (3.2)$$

wobei die Wellenlänge mit 633nm angegeben ist und die Winkel gemessen wurden als $\alpha=33^\circ$ und $\beta=22^\circ$ und n das jeweilige Minimum ist.

Abbildung 3.3 zeigt die Schwingungsamplitude gegen den Abstand vom Rand aufgetragen

3.3 Fehlerbetrachtung

Die gemessenen Daten stimmen recht genau mit den theoretischen Daten überein. Die größte Abweichung beträgt 1,55% und liegt somit im Rahmen von Schwankungen die durch ungenaues Messen, Temperaturschwankungen oder andere negative Störeinflüsse von außen zu erklären ist.

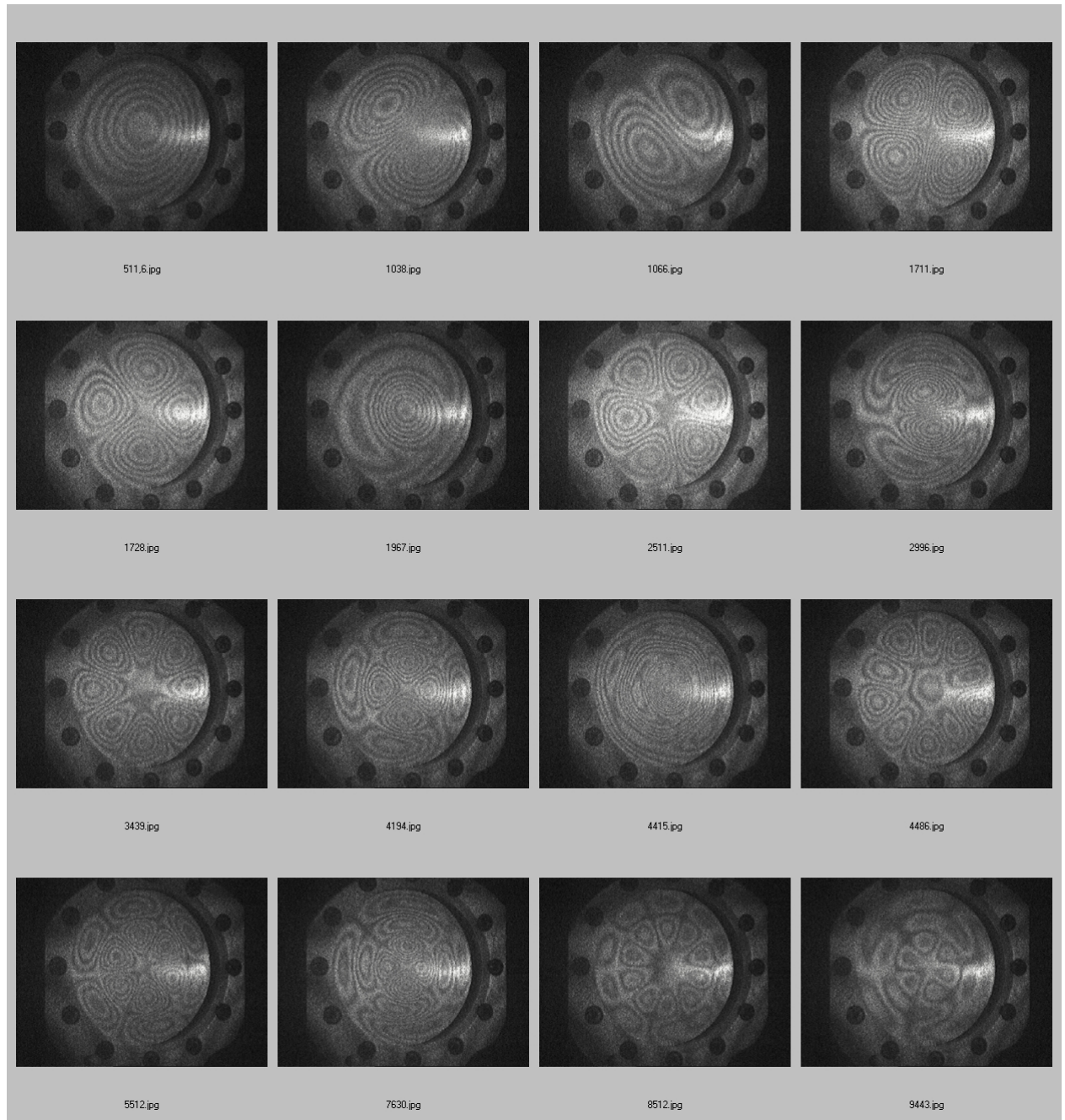


Abbildung 3.1: Bilder der gemessenen Eigenschwingungen, die Zahl des Dateinamen gibt jeweils die Frequenz in Hz an

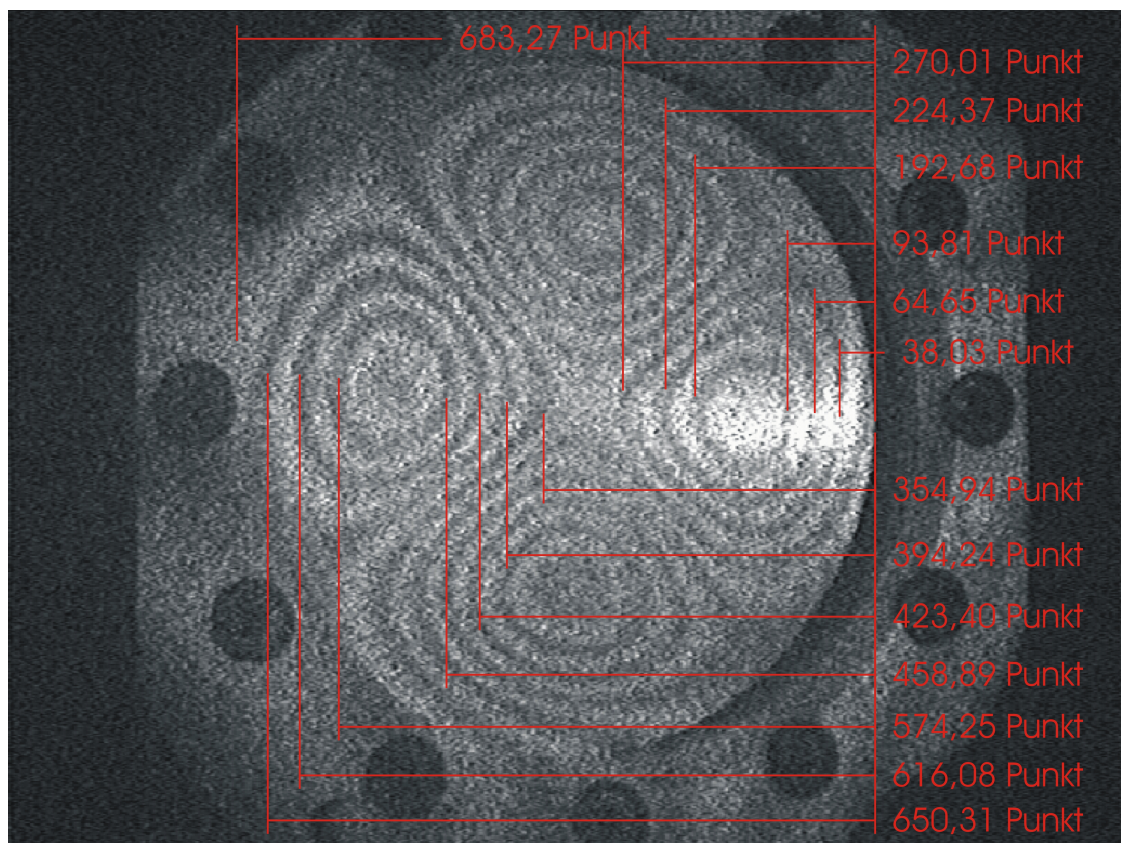
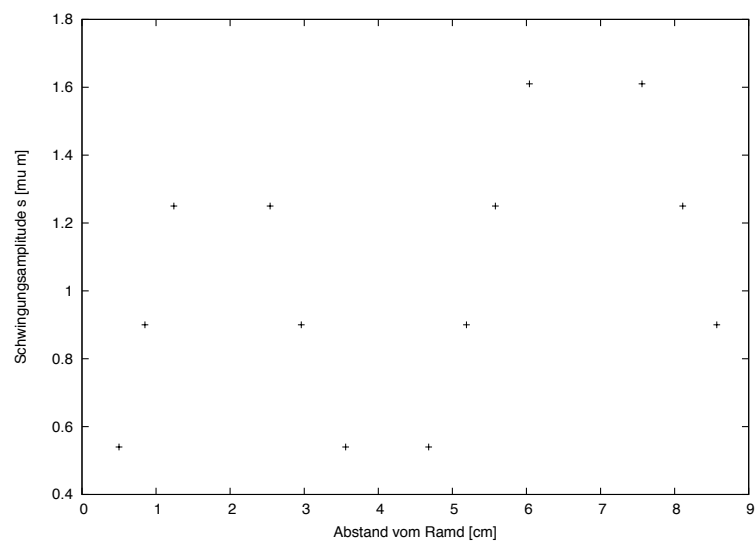


Abbildung 3.2: Schwingungsbild der (1,2)-Mode mit Messdaten überlagert

Holographische Interferometrie an schwingenden Platten

n	Distanz $d[\text{punkte}]$	Distanz $d[\text{cm}]$	$s[\mu\text{m}]$
1	38,03	0,50	0,54
2	64,65	0,85	0,90
3	93,81	1,24	1,25
3	192,68	2,54	1,25
2	224,37	2,96	0,90
1	270,01	3,56	0,54
1	354,94	4,68	0,54
2	394,24	5,19	0,90
3	423,40	5,58	1,25
4	458,89	6,04	1,61
4	574,25	7,56	1,61
3	616,08	8,11	1,25
2	650,31	8,57	0,90

Tabelle 3.2: Schwingungsamplitude in Abhängigkeit des Ortes**Abbildung 3.3:** Schwingungsamplitude gegen den Abstand vom Rand